

Comparaison de techniques de calcul de diffraction

Partie 2 : Étude expérimentale

par Luc DETTWILLER

Lycée Blaise Pascal - 63037 Clermont-Ferrand Cedex

luc.dettwiller@ac-clermont.fr

Cédric MULET-MARQUIS et Thomas ROBIN

Département mesures physiques

Institut universitaire de technologie (IUT) - 86100 Châtellerauld

cedric.mulet.marquis@univ-poitiers.fr

thomas.robin@etu.univ-poitiers.fr

DANS LA PARTIE 1 de ce travail [1], nous avons étudié théoriquement des conséquences de la première formule scalaire de diffraction de Rayleigh-Sommerfeld sur l'axe Oz de symétrie de révolution d'un obstacle recevant une onde incidente sphérique de centre sur Oz. Nous les avons comparées aux effets prédits dans le cadre des approximations de Fresnel. L'objet de cette partie 2 est une étude théorique plus approfondie du cas de la diffraction par une ouverture circulaire, et surtout l'étude expérimentale du comportement des ultrasons dans quelques phénomènes typiques : diffraction par une ouverture circulaire, diffraction par un obstacle circulaire, différence de résultats entre un réseau de Soret diaphragmé et un réseau non diaphragmé, et effet d'un réseau zoné apodisant.

INTRODUCTION

Les expériences de diffraction de la lumière sont classiques dans l'enseignement au lycée ou bien au niveau licence. La diffraction des ondes acoustiques [1] est plus rarement abordée, alors qu'elle est plus simple à étudier, car les ondes acoustiques sont scalaires, contrairement aux ondes électromagnétiques. De plus, elle ne nécessite que peu de matériel (un haut-parleur et un micro dans le domaine audible, ou bien un émetteur et un récepteur d'ultrasons coûtant quelques dizaines d'euros) et elle permet de tester les théories de la diffraction dans des cas plus difficilement accessibles à l'optique – ceux où les dimensions utiles de l'obstacle diffractant sont de l'ordre de la longueur d'onde, où l'observation est effectuée à quelques longueurs d'onde derrière l'obstacle, etc. Robert L. Lucke [2] voyait ainsi dans certaines expériences d'acoustique une manière de tester différentes théories de la diffraction ; nous nous sommes penchés sur ce sujet.

Après une partie 1 théorique [1] de notre travail, le but du présent article est avant tout expérimental. Nous commençons cependant par une étude analytique de

la diffraction sur l'axe d'une ouverture circulaire, mais nous testons par des mesures les résultats théoriques obtenus. Ensuite, le cas de la diffraction par un disque circulaire nous permettra de corroborer la prédiction paradoxale de Siméon Denis Poisson redonnée dans la partie 1. À l'aide de la théorie vue dans celle-ci [1], nous revisiterons des résultats déjà publiés [3], en particulier l'influence du nombre d'anneaux opaques d'un réseau de Soret. Nous confirmerons aussi l'importance de l'onde diffractée par l'extérieur du réseau, en comparant les résultats expérimentaux obtenus pour un réseau non diaphragmé et pour le même réseau muni d'un diaphragme. Puis nous nous pencherons sur l'apodisation longitudinale avec un réseau zoné : le sous-paragraphe 3.2. de la partie 1 était consacré à son étude, mais seulement dans le cadre des approximations de Fresnel ; nous relaterons nos expériences menées en acoustique, hors des conditions de validité des approximations de Fresnel, et mettant clairement en évidence le fait que l'apodisation subsiste encore. Nous terminerons par une présentation de notre tentative infructueuse de mise en évidence de l'effet Gouy (étudié théoriquement dans notre partie 1) et par une discussion des causes matérielles d'échec.

1. DIFFRACTION À DISTANCE QUELCONQUE SUR L'AXE D'UNE OUVERTURE CIRCULAIRE

1.1. Étude théorique pour une onde incidente plane ou sphérique divergente

Considérons le cas d'une ouverture circulaire d'axe de symétrie de révolution Oz et de rayon ρ_1 – éventuellement formée par un diaphragme. Commençons par le cas d'une onde incidente sphérique, d'origine S sur Oz à une distance d avant le réseau : Oz est donc un axe de symétrie de révolution pour la figure de diffraction, qui présente des franges circulaires dans les plans perpendiculaires à Oz . Pour obtenir l'expression de l'amplitude diffractée sur Oz en M à la distance D de O , utilisons la formule (14) de la partie 1 de notre étude [1]. Elle se réduit à une somme de deux termes avec $\rho_0 = 0$:

$$\frac{A(M)}{D} = \frac{A_S e^{i kd}}{d + D} \frac{e^{i kD}}{D} - \frac{A_S e^{i k\sqrt{d^2 + \rho_1^2}}}{\sqrt{d^2 + \rho_1^2} + \sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \frac{e^{i k\sqrt{D^2 + \rho_1^2}}}{\sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \quad (1)$$

soit
$$A(M) = A_S \left(\frac{e^{i k(d+D)}}{d + D} - \frac{D}{\sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \frac{e^{i k(\sqrt{d^2 + \rho_1^2} + \sqrt{D^2 + \rho_1^2})}}{\sqrt{d^2 + \rho_1^2} + \sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \right). \quad (2)$$

Pour une ouverture de taille infinie ($\rho_1 \rightarrow \infty$), le résultat s'écrit $A(M) = A_S \frac{e^{i k(d+D)}}{d + D}$. On retrouve l'expression en M de l'onde sphérique incidente, à comparer à l'expression (2) de $A(M)$ en présence d'ouverture. Mais, afin de tester plus directement l'auto-cohérence de la première formule de Rayleigh-Sommerfeld [4], nous préférons exprimer le rapport entre l'amplitude $A(M)$ à la distance D de l'ouverture et l'amplitude $A_0 := A_S e^{i kd} / d$ sur Oz au niveau de l'ouverture,

$$A(M) \times \frac{d}{A_S e^{i kd}} = d \times e^{i kD} \left(\frac{1}{d + D} - \frac{D}{\sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \frac{e^{i k(\sqrt{d^2 + \rho_1^2} + \sqrt{D^2 + \rho_1^2} - d - D)}}{\sqrt{d^2 + \rho_1^2} + \sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \right) \quad (3)$$

qui vaut bien 1 pour $D = 0$. On en déduit le rapport des intensités correspondantes :

$$\left| A(M) \times \frac{d}{A_S e^{ikd}} \right|^2 = d^2 \left\{ \frac{1}{(d+D)^2} + \frac{D^2}{D^2 + \rho_1^2} \frac{1}{(\sqrt{d^2 + \rho_1^2} + \sqrt{D^2 + \rho_1^2})^2} - 2 \frac{D}{(d+D)\sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \frac{\cos \left[k(\sqrt{d^2 + \rho_1^2} + \sqrt{D^2 + \rho_1^2} - d - D) \right]}{\sqrt{d^2 + \rho_1^2} + \sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \right\} \quad (4)$$

Le cas de l'onde plane en incidence normale se déduit de l'équation (3) en faisant tendre d vers l'infini et en écrivant que l'amplitude A_0 de l'onde plane est telle que $A_0 = \lim_{d \rightarrow \infty} A_S e^{ikd} / d$. On obtient le rapport d'amplitudes

$$\frac{A(M)}{A_0} = e^{ikD} - \frac{D}{\sqrt{D^2 + \rho_1^2}} e^{ik\sqrt{D^2 + \rho_1^2}} = e^{ikD} \left[1 - \frac{D}{\sqrt{D^2 + \rho_1^2}} e^{ik(\sqrt{D^2 + \rho_1^2} - D)} \right] \quad (5)$$

et l'intensité relative

$$I_r = \left| \frac{A(M)}{A_0 e^{ikD}} \right|^2 = 1 + \frac{D^2}{D^2 + \rho_1^2} - \frac{2D}{\sqrt{D^2 + \rho_1^2}} \cos \left[k(\sqrt{D^2 + \rho_1^2} - D) \right]. \quad (6)$$

Pour $D = 0$, on retrouve $A(M) = A_0$ (ce qui corrobore l'auto-cohérence des formules de Rayleigh-Sommerfeld [4]), mais

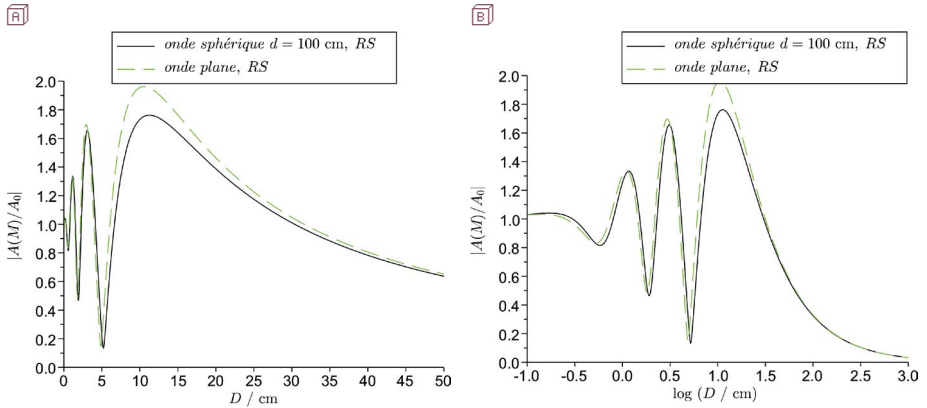
$$\frac{d}{dD} \frac{A}{A_0} (0^+) = ik - \frac{e^{ik\rho_1}}{\rho_1} \neq ik \quad (7)$$

contrairement aux conditions aux limites de Kirchhoff [5].

Comparons sur les figures 1A et 1B (cf. page ci-après) les résultats obtenus pour une onde sphérique incidente, d'origine située à $d = 1,00$ m en avant de l'ouverture (c'est à cette distance que sera situé l'émetteur d'ultrasons dans l'étude expérimentale qui va suivre) et pour l'onde plane incidente normalement, avec une configuration typique de l'acoustique ($\rho_0 = 0$, $\rho_1 = 3$ cm et $\lambda = 0,85$ cm). Pour cette valeur de d et cette valeur de ρ_1 , les différences entre les deux cas ne sont pas très marquées. Le maximum principal est un peu moins élevé dans le cas de l'onde sphérique, mais il est situé quasiment au même endroit que le maximum principal pour l'onde plane. Les valeurs et les positions des maxima secondaires de $|A(M)/A_0|$ sont quasi identiques. Plus d augmente, plus les cas des ondes incidentes sphérique et plane sont proches. Pour des valeurs assez faibles de d , les deux cas sont nettement différents (quant aux valeurs et positions des maxima).

En choisissant une autre valeur de ρ_1 , par exemple $\rho_1 = 6$ cm qui sera aussi utilisée expérimentalement, les différences sont plus marquées comme l'illustre la figure 2 (cf. page ci-après) pour laquelle on prend toujours $d = 1,00$ m : les positions et les valeurs de maxima sont nettement différentes.

Plaçons-nous à présent dans le cadre des approximations traditionnelles ($d, D \gg \rho_1$,



Figures 1A et 1B - Pour une ouverture circulaire de rayon $\rho_1 = 3$ cm, module de $A(M)/A_0$ déduit de l'expression (3) (trait plein noir, onde sphérique, théorie de Rayleigh-Sommerfeld), ou l'expression (5) (pointillé vert, onde plane, théorie de Rayleigh-Sommerfeld) dans un cas typique de l'acoustique ($\lambda = 0,85$ cm). A_0 est l'amplitude de l'onde au niveau de l'ouverture. Noter que pour la diffraction de Rayleigh-Sommerfeld les minima ne sont pas nuls et les maxima sont inférieurs à 2, puis que $|A(M)/A_0|$ tend vers 1 quand D tend vers 0 (auto-cohérence des formules de Rayleigh-Sommerfeld) et vers 0 quand D tend vers l'infini.

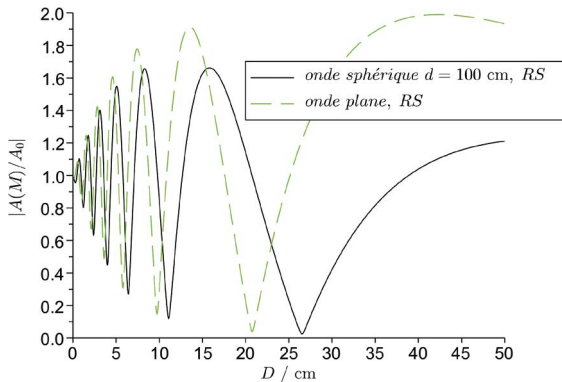


Figure 2 - Pour une ouverture circulaire de rayon $\rho_1 = 6$ cm, module de $A(M)/A_0$ déduit de l'expression (3) (trait plein noir, onde sphérique, théorie de Rayleigh-Sommerfeld), ou l'expression (5) (pointillé vert, onde plane, théorie de Rayleigh-Sommerfeld) dans un cas typique de l'acoustique ($\lambda = 0,85$ cm). A_0 est l'amplitude de l'onde au niveau de l'ouverture.

λ). L'expression (3) devient

$$\begin{aligned} A(M) \times \frac{d}{A_S e^{ikd}} &\cong e^{ikD} \frac{d}{d+D} \left[1 - e^{ik \frac{\rho_1^2}{2} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right)} \right] \\ &= -2i \frac{d}{d+D} e^{ik \left[D + \frac{\rho_1^2}{4} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) \right]} \sin \left[k \frac{\rho_1^2}{4} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

et ainsi
$$\left| \frac{A(M)}{A_S/d} \right|^2 = \frac{4d^2}{(d+D)^2} \sin^2 \left[k \frac{\rho_1^2}{4} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) \right]. \quad (9)$$

Le cas de l'onde plane en incidence normale se déduit comme précédemment en passant à la limite pour d tendant vers l'infini

$$\frac{A(M)}{A_0} \cong e^{ikD} \left[1 - \exp \left(ik \frac{\rho_1^2}{2D} \right) \right] = -2i \exp \left[ik \left(D + \frac{\rho_1^2}{4D} \right) \right] \sin \left(k \frac{\rho_1^2}{4D} \right) \quad (10)$$

d'où l'intensité relative
$$I_r = 4 \sin^2 \left(k \frac{\rho_1^2}{4D} \right). \quad (11)$$

Les centres brillants sont tels que $I_r \cong 4$ et $D \cong \frac{\rho_1^2}{(2p+1)\lambda}$ où $p \in \mathbf{N}$. Les centres sombres sont noirs et obtenus quand $\sin \left(k \frac{\rho_1^2}{4D} \right) \cong 0$, c'est-à-dire pour les distances $D \cong \frac{\rho_1^2}{2p\lambda}$ où $p \in \mathbf{N}^*$.

La figure 3 (cf. page ci-après), tracée pour $\rho_0 = 0$, $\rho_1 = 3$ cm et $\lambda = 0,85$ cm (même configuration que pour les figures 1A et 1B) nous montre la comparaison entre les résultats obtenus par la théorie de Rayleigh-Sommerfeld et les approximations précédentes de Fresnel. Nous relevons deux différences notables. Les minima sont nuls avec les approximations de Fresnel, alors que ce n'est pas le cas dans la théorie de Rayleigh-Sommerfeld (que l'onde soit sphérique ou plane). Pour D tendant vers zéro, la théorie de Rayleigh-Sommerfeld donne des expressions du rapport de l'amplitude de l'onde diffractée à l'amplitude en $D = 0$ tendant vers 1, alors que les approximations de Fresnel donnent une succession de maxima et de minima de plus en plus rapprochés.

Quant à l'anomalie de phase, comme dans la partie 1 [1] nous retrouvons ses nombreuses croissances brutales et quasi discontinues qui sont classiques au voisinage des minima d'intensité (cf. le dernier graphe de la figure 8.47 de [6]) sur l'axe d'un système à symétrie de révolution et dont les diaphragmes sont à bords nets – voir la figure 4, page ci-après.

1.2. Étude expérimentale

Nous reprenons le montage décrit en détail dans un article antérieur [3]. Un émetteur et un récepteur d'ultrasons, de fréquence 40 kHz, soit une longueur d'onde $\lambda = 0,85$ cm, sont montés face-à-face sur deux supports placés sur des bancs gradués,

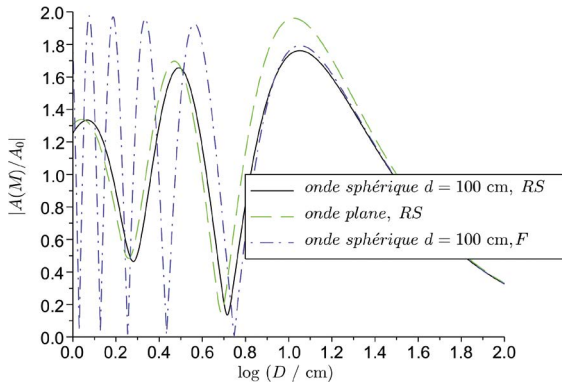


Figure 3 - Pour une ouverture circulaire de rayon $\rho_1 = 3$ cm, module de $A(M)/A_0$ déduit de l'expression (3) (trait plein noir, onde sphérique, théorie de Rayleigh-Sommerfeld), ou l'expression (5) (pointillé vert, onde plane, théorie de Rayleigh-Sommerfeld) et l'expression (8) (trait mixte bleu, onde sphérique, théorie de Fresnel) dans un cas typique de l'acoustique ($\lambda = 0,85$ cm). A_0 est l'amplitude de l'onde au niveau de l'ouverture. L'échelle en abscisses est logarithmique. Pour des raisons de clarté de la figure, cette échelle a été coupée à $D = 1$ cm ($\log(D/\text{cm}) = 0$). Pour des valeurs de D plus petites, on verrait les deux courbes de la théorie de Rayleigh-Sommerfeld tendre vers 1, et la courbe issue de la théorie de Fresnel montrer une succession d'une infinité de maxima de plus en plus rapprochés sur Oz .

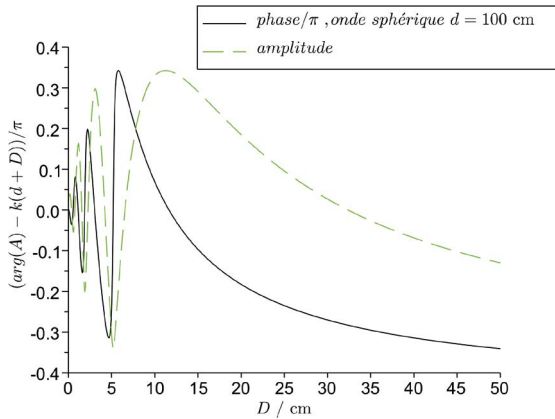
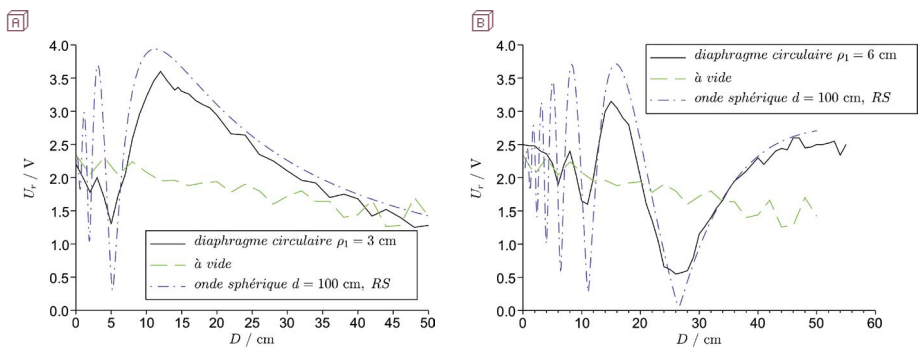


Figure 4 - Anomalie de phase (trait plein noir) divisée par π , et module de l'amplitude (trait pointillé vert) pour une ouverture circulaire (rayon $\rho_1 = 3$ cm) et $\lambda = 0,85$ cm avec une source située à 1,00 m en avant du réseau et émettant des ondes sphériques.

à la même hauteur. Pour éviter des réflexions parasites des ultrasons sur le banc, des morceaux de mousse sont placés sur celui-ci. La tension aux bornes du récepteur est amplifiée avec un montage inverseur à amplificateur opérationnel (amplification d'un facteur 10 pour l'amplitude de la tension). L'ouverture circulaire est découpée dans un carton de grande taille (40 cm × 60 cm). Elle est centrée aussi bien que possible sur l'émetteur et le récepteur. L'émetteur est placé à une distance $d = 1,00$ m de l'ouverture. Deux rayons de l'ouverture ont été testés : $\rho_1 = 3$ cm et $\rho_1 = 6$ cm. Les résultats des mesures sont respectivement sur les figures 5A et 5B. Ils sont comparés avec ce que l'on attend pour une onde sphérique en théorie de Rayleigh-Sommerfeld d'après la formule (3).

Les principales différences entre les valeurs mesurées et les valeurs calculées se manifestent pour les faibles valeurs de la distance D entre le récepteur et l'ouverture (pour D inférieur à 10 cm environ). Les oscillations attendues sont peu voire pas vues dans l'expérience. Plusieurs raisons expliquent cela. L'expression (3) est valable sur l'axe Oz ; or le récepteur d'ultrasons a une taille finie : il mesure la moyenne sur sa surface et pas seulement la valeur strictement sur l'axe Oz . Comme nous ne disposons pas des expressions de l'onde diffractée en dehors de l'axe, il est difficile d'estimer cet effet de moyennage. La deuxième difficulté vient de la directivité du récepteur. Celui-ci n'est en effet pas omnidirectionnel, donc on s'attend à ce que sa réponse soit moins bonne quand il se trouve à une distance de l'ouverture voisine de son diamètre ou moins. Enfin, il ne faut pas négliger le fait que la modélisation par une onde sphérique de l'onde émise par notre source n'est sans doute pas parfaite non plus.



Figures 5A et 5B - Pour une ouverture circulaire de rayon $\rho_1 = 3$ cm et $\rho_1 = 6$ cm, amplitude de la tension U_r (en V) mesurée aux bornes du récepteur d'ultrasons (trait plein en noir), tension à vide en absence d'ouverture (pointillé vert) et courbe attendue pour une onde sphérique avec la théorie de Rayleigh-Sommerfeld (trait mixte en bleu). La courbe théorique a été tracée en prenant une valeur de 2,25 V pour la tension en $D = 0$ en absence d'ouverture.

2. DIFFRACTION PAR UN OBSTACLE CIRCULAIRE : TACHE DE POISSON

Le calcul théorique de la diffraction par un disque opaque de rayon ρ_0 éclairé par une onde sphérique d'origine S placée à la distance d devant le disque a été fait dans la partie 1 (cf. sous-paragraphe 2.1.3.) [1]. Ses relations (6)-(9) montrent que l'amplitude $A(M)$ sur l'axe Oz de l'onde à une distance D du disque s'écrit

$$A(M) = A_s \frac{D}{\sqrt{D^2 + \rho_0^2}} \frac{e^{ik(\sqrt{d^2 + \rho_0^2} + \sqrt{D^2 + \rho_0^2})}}{\sqrt{d^2 + \rho_0^2} + \sqrt{D^2 + \rho_0^2}}. \quad (12)$$

Pour $D = 0$, on obtient $A(M) = 0$ quand le disque est présent, ce qui corrobore toujours l'auto-cohérence des formules de Rayleigh-Sommerfeld [4]. Mais surtout on voit que, pour $\rho_0^2 \ll d^2, D^2$, l'intensité vibratoire en tout point de l'axe est quasiment égale à celle de l'onde incidente (cf. figure 6) : c'est ce qui paraissait impossible aux yeux de Poisson.

Nous utilisons le dispositif décrit précédemment avec un disque de rayon $\rho_0 = 3$ cm. La source est toujours située à $d = 1,00$ m en avant du disque. Les résultats sont sur la figure 6. La courbe expérimentale obtenue est assez bruitée (les tensions mesurées sont faibles). Comme pour l'étude de l'ouverture circulaire, les valeurs mesurées s'écartent notablement des valeurs calculées pour les faibles valeurs de D . Mais le rapprochement quasi complet des courbes expérimentales verte et noire de la figure 6 corrobore l'effet paradoxal entrevu par Poisson ! Ce succès est dû à la qualité du matériel couramment disponible de nos jours, bien meilleur que celui des années 1940 où une expérience similaire avait été tentée, mais n'avait donné que des résultats ambigus [7].

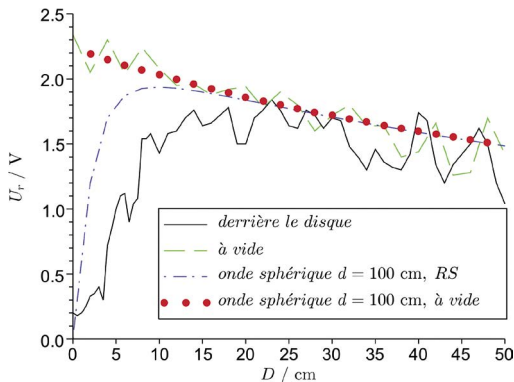
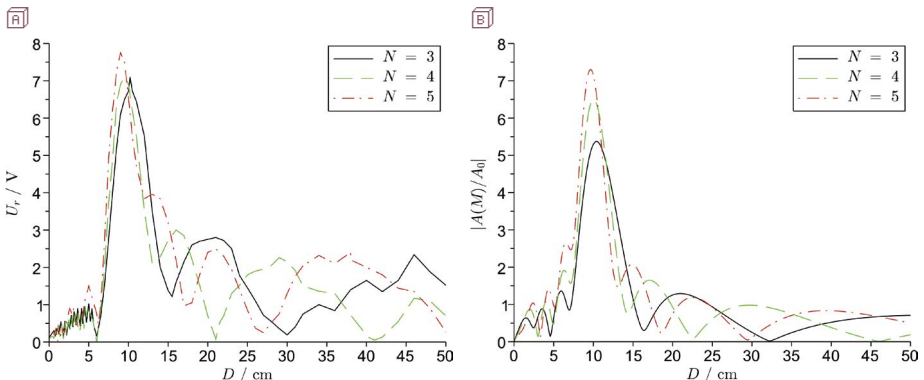


Figure 6 - Pour un disque de rayon $\rho_1 = 3$ cm, amplitude de la tension U_r (en V) mesurée aux bornes du récepteur d'ultrasons (trait plein en noir), tension à vide en absence de disque (pointillé vert), courbe attendue pour une onde sphérique avec la théorie de Rayleigh-Sommerfeld (trait mixte en bleu) et courbe attendue pour une onde sphérique sans disque (points rouges). Les courbes théoriques ont été tracées en prenant une valeur de 2,25 V pour la tension en $D = 0$ en absence de disque.

3. EFFET DU NOMBRE D'ANNEAUX OPAQUES

Nous revenons dans cette partie sur certains résultats d'un précédent travail [3], plus précisément sur l'effet de la variation du nombre d'anneaux opaques d'un réseau de Soret, pour des valeurs de ρ_0 , ρ_1 et λ données (ici $\rho_0 = \rho_1 = 3$ cm et $\lambda = 0,85$ cm). Les courbes expérimentales obtenues pour $N = 3$, $N = 4$ et $N = 5$ anneaux opaques et les courbes attendues sont respectivement sur les figures 7A et 7B.



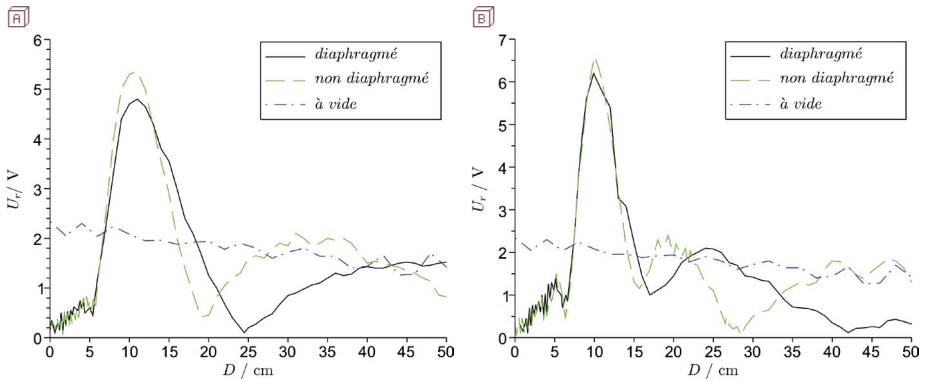
Figures 7A et 7B - Résultats expérimentaux (à gauche) et valeurs attendues (à droite) pour des réseaux comportant $N = 3$ (trait plein noir), $N = 4$ (pointillé vert) et $N = 5$ (trait mixte rouge) anneaux opaques, avec $\rho_0 = \rho_1 = 3$ cm et $\lambda = 0,85$ cm. La source est située à une distance $d = 1,00$ m en avant du réseau et émet une onde à peu près sphérique.

La comparaison entre la théorie et l'expérience montre une bonne concordance des positions des maxima (principal ou secondaires) et des minima. Celles observées expérimentalement dépendent bien de N conformément à ce que prédit le calcul. Pour le cas où $N = 3$ par exemple, le maximum principal est à 11 cm, le premier maximum secondaire est à 22 cm et les minima sont positionnés pour l'un peu après 15 cm et pour l'autre à 30 cm.

L'amplitude de la tension mesurée pour le maximum principal est par contre bien inférieure à celle attendue. Dans le cas où $N = 3$ par exemple, le rapport entre l'amplitude du maximum principal et l'amplitude en $D = 0$ en absence de réseau est attendu à 5,5 environ. Or on mesure expérimentalement un rapport de 3 (la tension sans réseau n'a pas été représentée sur la figure 7A pour des raisons de clarté ; elle vaut 2,25 V en $D = 0$). Les difficultés soulevées plus haut (récepteur non ponctuel et non omni-directionnel) expliquent sans doute en partie les différences observées entre calculs et mesures.

4. EFFET D'UN DIAPHRAGME

Le paragraphe 3 de la partie 1 [1] a permis d'explorer théoriquement les différences entre un réseau diaphragmé et un réseau non diaphragmé, montrant l'importance de l'onde diffractée par l'extérieur du réseau. Nous avons voulu savoir si cette différence pouvait être mise en évidence expérimentalement. À cette fin, nous avons étudié deux réseaux de Soret. Dans les deux cas, nous avons pris $\rho_0 = \rho_1 = 3 \text{ cm}$ et $\lambda = 0,85 \text{ cm}$. Le premier réseau comprend $N = 2$ anneaux opaques en plus du disque central, le deuxième réseau $N = 3$ anneaux. Le dispositif expérimental utilisé est toujours le même. Les résultats obtenus pour ces deux réseaux avec ou sans diaphragme sont présentés sur les figures 8A et 8B respectivement.



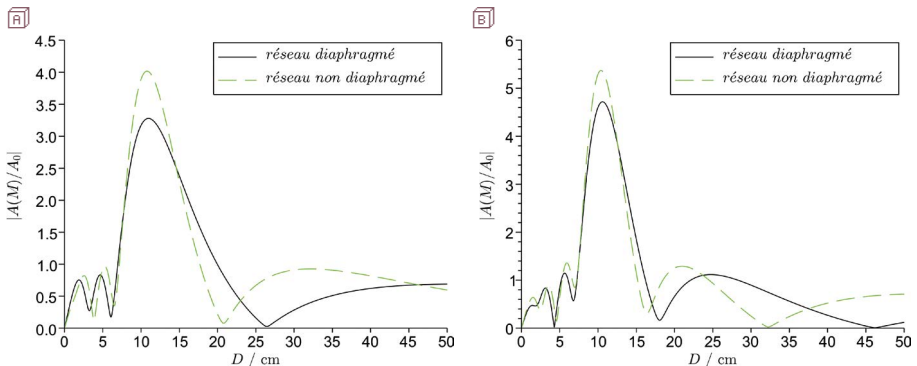
Figures 8A et 8B - Pour des réseaux comportant respectivement $N = 2$ anneaux (à gauche) et $N = 3$ anneaux (à droite), avec $\rho_0 = \rho_1 = 3 \text{ cm}$ et $\lambda = 0,85 \text{ cm}$, amplitude de la tension U_r (en V) mesurée aux bornes du récepteur d'ultrasons si le réseau est diaphragmé (trait plein en noir), en absence de diaphragme (pointillé vert) et tension à vide en absence de réseau (trait mixte en bleu).

Nous voyons deux effets principaux. Premièrement, et comme attendu théoriquement, le maximum principal est plus grand en absence de diaphragme. Cet effet est réel et ne peut s'expliquer seulement par des incertitudes expérimentales. Attention : ce résultat n'est pas vrai pour tout N ! Si l'on avait tracé la figure 11A de la partie 1 [1] pour $N = 6$ ou $N = 7$ par exemple, le maximum principal aurait été plus grand quand le diaphragme est présent. Les expériences ont été faites en positionnant puis enlevant très précautionneusement le diaphragme sans faire bouger le réseau. L'effet a été vérifié en positionnant le récepteur au maximum principal (on retrouve les mêmes valeurs de tensions en mettant et enlevant deux fois le diaphragme). La position du maximum principal est par contre quasi identique avec ou sans diaphragme.

Le deuxième changement important apporté par le diaphragme est la modification des positions des minima et des maxima secondaires, ce qui démontre une fois de

plus que la dernière onde diffractée par un réseau non diaphragmé a des effets qui sont loin d'être négligeables.

Les valeurs attendues par le calcul en considérant une source générant une onde sphérique divergente dans la théorie de Rayleigh-Sommerfeld sont représentées sur les figures 9a et 9b pour les cas où $N = 2$ et $N = 3$ respectivement. La comparaison avec les figures 8a et 8b montre une bonne concordance des positions des maxima (principal ou secondaires) et des minima. L'amplitude de la tension mesurée pour le maximum principal est ici encore bien inférieure à celle attendue.

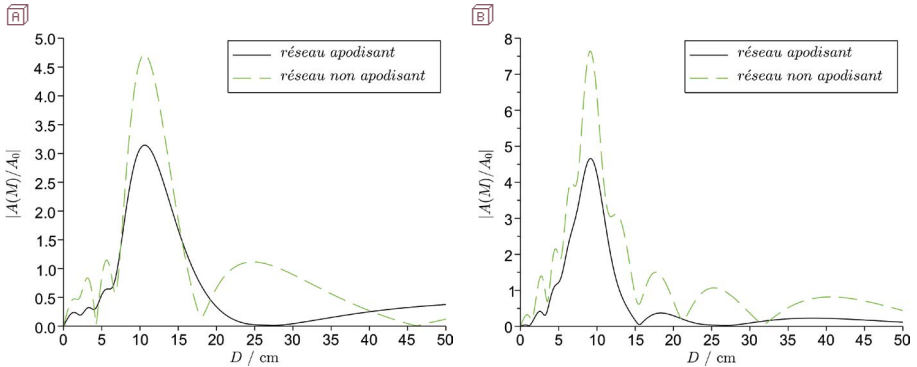


Figures 9A et 9B - Pour des réseaux comportant respectivement $N = 2$ anneaux (à gauche) et $N = 3$ anneaux (à droite), avec $\rho_0 = \rho_1 = 3$ cm et $\lambda = 0,85$ cm, module de $A(M)/A_0$ donné par la théorie de Rayleigh-Sommerfeld pour un réseau diaphragmé (trait plein noir) et un réseau non diaphragmé (pointillé vert). A_0 est l'amplitude de l'onde au niveau du réseau en son absence. La source est située à une distance $d = 1,00$ m en avant du réseau et émet une onde sphérique.

5. APODISATION

L'objet du sous-paragraphe 3.2. de la partie 1 [1] était l'étude des effets d'apodisation longitudinale pour un réseau de forme bien choisie. La théorie a été écrite dans le cadre des approximations de Fresnel, mais il est intéressant de voir maintenant ce que donne en acoustique un tel réseau dont les rayons sont indiqués (en fonction d'un paramètre Q) par la formule (60) de la partie 1 [1]. Commençons par le tracé des courbes déduites de la première formule de Rayleigh-Sommerfeld dans le cas d'une source émettant une onde sphérique située à la distance $d = 1,00$ m en avant du réseau. Pour que le réseau apodisant et le réseau de Soret (donc non-apodisant) aient le même nombre d'anneaux opaques, nous choisissons $Q = \frac{N+1}{2}$. Les résultats obtenus pour $N = 3$ et $N = 7$ anneaux opaques sont sur les figures 10A et 10B (cf. page ci-après). Nous rappelons que les réseaux sont tous diaphragmés. Nous gardons les paramètres habituels $\rho_0 = \rho_1 = 3$ cm et $\lambda = 0,85$ cm. L'effet souhaité reste bien présent même

hors du cadre des approximations de Fresnel : les maxima secondaires sont nettement atténués, au prix d'un élargissement du pic principal.



Figures 10A et 10B - Pour des réseaux comportant respectivement $N=3$ anneaux (à gauche) et $N=7$ anneaux (à droite), avec $\rho_0 = \rho_1 = 3$ cm et $\lambda = 0,85$ cm, module de $A(M)/A_0$ donné par la théorie de Rayleigh-Sommerfeld pour un réseau apodisant (trait plein noir) et un réseau non apodisant (pointillé vert). A_0 est l'amplitude de l'onde au niveau du réseau en son absence. La source est située à une distance $d = 1,00$ m en avant du réseau et émet une onde sphérique.

La dimension des objets réalisables par l'imprimante 3D dont nous disposons nous limite à des réseaux de taille modeste. Nous avons réalisé un tel réseau avec un paramètre $Q = 2$ donnant trois anneaux opaques. La figure 11 présente les résultats obtenus avec ce réseau apodisant et avec un réseau de Soret comportant lui aussi trois anneaux

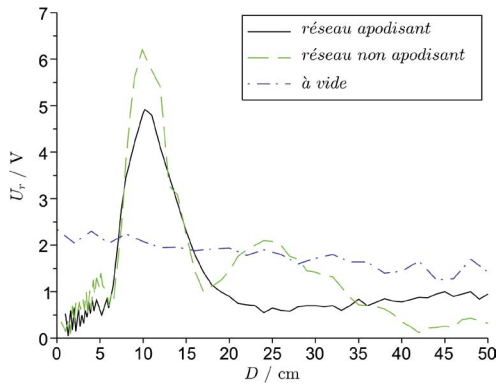


Figure 11 - Comparaison de la tension U_r (en V) mesurée aux bornes du récepteur d'ultrasons placé derrière un réseau apodisant (trait plein noir) et derrière un réseau de Soret – donc non-apodisant (pointillé vert). La longueur d'onde est $\lambda = 0,85$ cm dans les deux cas, et les deux réseaux ont trois anneaux opaques. La tension sans réseau ni diaphragme est en trait mixte bleu. La source est située à une distance $d = 1,00$ m en avant du réseau et émet une onde quasi sphérique.

opaques. Comme les calculs le laissent prévoir, on note un maximum principal plus faible pour le réseau apodisant. La forte diminution du premier maximum secondaire dans le cas du réseau apodisant est elle aussi clairement visible.

Nous avons souligné plus haut que les réseaux apodisants étaient conçus diaphragmés. La comparaison des résultats expérimentaux obtenus pour notre réseau apodisant avec et sans diaphragme montre sans ambiguïté que le diaphragme est essentiel à la fonction d'apodisation comme on s'en rend compte sur la figure 12.

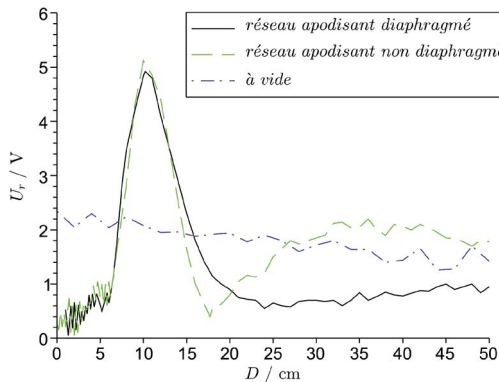


Figure 12 - Comparaison des tensions U_r (en V) mesurées aux bornes du récepteur d'ultrasons placé d'une part derrière un réseau apodisant diaphragmé (trait plein noir) et d'autre part derrière le même réseau non diaphragmé (pointillé vert). La longueur d'onde est $\lambda = 0,85$ cm dans les deux cas. La tension sans réseau ni diaphragme est en trait mixte bleu. La source est située à une distance $d = 1,00$ m en avant du réseau et émet une onde quasi sphérique.

6. ESSAI DE MISE EN ÉVIDENCE DE L'EFFET GOUY

L'étude théorique de l'anomalie de phase a montré des résultats intéressants. Il était donc tentant de vouloir mettre en évidence ces résultats par l'expérience. Pour mesurer le déphasage entre l'onde diffractée et une onde qui se serait propagée sans obstacle diffractant, nous avons procédé de la manière suivante. Dans un premier temps, le déphasage entre l'onde diffractée et la tension aux bornes du générateur alimentant l'émetteur d'ultrasons a été mesuré à l'aide d'un oscilloscope. Les positions du récepteur ont été mesurées à 0,1 mm près à l'aide d'un pied à coulisse (mesure de la distance entre le cavalier sur lequel était fixé le support du récepteur et un autre cavalier fixé sur le banc de mesure). Une précision importante sur la mesure des distances était nécessaire. Mesurer à 1 mm près une position pour des ondes ayant une longueur d'onde de 8,5 mm revient à avoir une incertitude de plus de 40° sur la phase. À ces déphasages a ensuite été retranchée la phase kd' d'une onde qui se serait propagée sans obstacle diffractant, avec d' la distance mesurée au pied à coulisse. La valeur de la longueur d'onde

a été mesurée précisément dès les mesures de phase terminées. Bien sûr, l'origine des déphasages est un peu arbitraire avec cette méthode. Toutefois, cela n'empêche pas en principe la mise en évidence d'un saut dans l'anomalie de phase.

Malgré le soin apporté aux manipulations, nous n'avons pas pu mettre en évidence de façon claire les variations brusques attendues pour l'anomalie. La taille non négligeable du détecteur et sa directivité jouent certainement encore. Nous avons aussi constaté des dérives de la phase au cours du temps. Pour une position donnée du récepteur, le déphasage avec l'émetteur évolue avec le temps de façon non négligeable. Sur des durées d'une dizaine de minutes, la valeur du déphasage peut changer de plusieurs dizaines de degrés. De très petites variations de la longueur d'onde suffisent à expliquer cela. Si λ passe de 8,5 mm à 8,51 mm, la valeur de kd pour une distance $d = 1,00$ m (distance typique entre l'émetteur et le récepteur) passe de 739,2 rad à 738,3 rad soit une variation de 50° .

CONCLUSION

Dans la partie 1 de cette étude, nous avons traité théoriquement la diffraction au-delà des approximations de Fresnel. Dans le présent article, nous avons complété ce travail par un examen plus approfondi du cas de la diffraction par une ouverture circulaire.

Les mesures que nous avons effectuées aussi avec d'autres obstacles à symétrie de révolution corroborent nettement, sur de nombreux points, les calculs menés à partir de la première formule de Rayleigh-Sommerfeld. Sur l'axe de symétrie nous avons ainsi mis clairement en évidence expérimentalement, comme attendu :

- ◆ la quasi-égalité des intensités vibratoires dans l'ombre d'un disque opaque et en l'absence de lui ;
- ◆ le rôle d'un diaphragme ;
- ◆ l'effet d'un réseau apodisant.

Dans tous les cas étudiés – ouverture circulaire, disque, réseau de Soret, réseau zoné apodisant – les positions expérimentales des minima et des maxima sont quasiment celles calculées, du moins si l'on n'est pas trop proche de l'obstacle diffractant. À courte distance en effet (en dessous de 5 cm environ), les mesures s'écartent notablement des calculs en raison sans doute de la taille non négligeable du récepteur d'ultrasons et de sa directivité. Ces deux caractéristiques expliquent aussi que la valeur des maxima principaux expérimentaux n'est pas aussi élevée que ce que les calculs laissent prévoir. Mais la comparaison avec les expressions de la diffraction dans les approximations de Fresnel ne laisse aucun doute : en dehors de leur cadre, elles conduisent à des prédictions parfois fortement erronées (notamment sur le nombre de maxima principaux) et démenties autant par l'expérience que par les calculs menés avec la première formule de Rayleigh-Sommerfeld.

REMERCIEMENTS

Les auteurs remercient Didier Chambert et Jérôme Daudin, de l'Institut universitaire de technologie (IUT) de Châtelleraut, pour leur aide précieuse dans la réalisation des réseaux avec une imprimante 3D.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] L. Dettwiller, C. Mulet-Marquis et T. Robin, « Comparaison de techniques de calcul de diffraction – Partie 1 : Application aux réseaux zonés et à leur apodisation longitudinale », *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, vol. 112, n° 1007, p. 1079-1112, octobre 2018.
- [2] R. L. Lucke, “Rayleigh–Sommerfeld diffraction and Poisson’s spot”, *Eur. J. Phys.*, **27**, p. 193–204, 2006.
- [3] C. Mulet-Marquis, U. Repinski, T. Robin, R. Tian et N. Vallantin, « Étude d’une lentille à ultrasons », *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, vol. 112, n° 1002, p. 505-516, mars 2018.
- [4] N. Mukunda, “Consistency of Rayleigh’s Diffraction Formulas with Kirchhoff’s Boundary Conditions”, *J. Opt. Soc. Am.*, **52**, p. 336–337, 1962.
- [5] J. W. Goodman, *Introduction à l’optique de Fourier et à l’holographie*, Paris : Masson, chap. 3, p. 29-42, 1972.
- [6] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics – Electromagnetic theory of propagation interference and diffraction of light*, Oxford : Pergamon, chap. 8, 1980.
- [7] H. Primakoff, M. J. Klein, J. B. Keller and E. L. Carstensen, “Diffraction of Sound Around a Circular Disk”, *J. Acoust. Soc. Am.*, **19**, p. 132-142, 1947.



Luc DETTWILLER

*Professeur en PC**
Lycée Blaise Pascal
Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme)



Cédric MULET-MARQUIS

Agrégé de physique
Institut universitaire de technologie (IUT)
Département mesures physiques
Châtelleraut (Vienne)



Thomas ROBIN

Étudiant en DUT
Institut universitaire de technologie (IUT)
Département mesures physiques
Châtelleraut (Vienne)