

**OÙ EST L'ÉTOILE LA PLUS LUMINEUSE DANS  
UNE BINAIRE INTERFÉROMÉTRIQUE? Réponse  
par un effet de phase ; transposition didactique avec un  
interféromètre de MICHELSON**

Luc Dettwiller

► **To cite this version:**

Luc Dettwiller. OÙ EST L'ÉTOILE LA PLUS LUMINEUSE DANS UNE BINAIRE INTERFÉROMÉTRIQUE? Réponse par un effet de phase ; transposition didactique avec un interféromètre de MICHELSON. Master. 2013. <sfo-00834171>

**HAL Id: sfo-00834171**

**<https://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/sfo-00834171>**

Submitted on 14 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Où est l'étoile la plus lumineuse dans une binaire interférométrique ?

*Réponse par un effet de phase ;  
transposition didactique avec un interféromètre de MICHELSON*

par **Luc DETTWILLER**

Lycée Blaise Pascal - 63037 Clermont-Ferrand Cedex

luc.dettwiller@ac-clermont.fr

## RÉSUMÉ

*On rappelle qu'un effet de phase visible notamment dans le spectre cannelé de la lumière envoyée dans le plan focal d'un interféromètre stellaire à deux voies, travaillant avec la lumière provenant d'une étoile double, permet de déterminer laquelle de ses composantes est la plus lumineuse – moyennant quelques hypothèses simplificatrices, entre autres sur la variation du rapport de leurs éclats apparents en fonction du nombre d'ondes. D'abord, nous exposons la théorie de cet effet, dans un cadre assez général en utilisant le théorème de VAN CITTERT et ZERNIKE, et nous soulignons certaines difficultés propres à l'observation astronomique. Ensuite, nous profitons de la souplesse de réglage de l'interféromètre de MICHELSON pour concevoir avec lui une transposition didactique de cette méthode, et nous modélisons plus simplement les phénomènes intéressants déjà observables sans équipement astronomique avec un tel interféromètre. Enfin, nous décrivons une réalisation expérimentale concluante de cette transposition, en indiquant notre protocole de réglage et en discutant tous les résultats expérimentaux notables.*

## INTRODUCTION

En astronomie, on sait bien que le diamètre apparent de la plupart des étoiles est en dessous de la limite de perception intrinsèque des plus grands télescopes (ou lunettes), due à la diffraction par leur diaphragme d'ouverture de diamètre fini. Donc sauf exception, même si la turbulence atmosphérique ne dégradait pas la résolution des images, il est impossible à ces instruments de montrer un vrai disque stellaire : on ne verrait qu'une « image de diffraction » (ou « faux disque » stellaire) – *i.e.* une tache de diffraction de FRAUNHOFER, donc une tache d'AIRY pour une lunette idéalement.

Afin de dépasser cette limitation, on peut profiter des franges d'interférences produites (avec la lumière provenant d'une même source) sur la superposition des taches de diffraction de FRAUNHOFER par deux diaphragmes d'ouverture connexes bien séparés, en ramenant exactement ces taches l'une sur l'autre grâce à un jeu de miroirs de renvoi par

exemple ; un tel système peut servir d'« interféromètre stellaire » ([1], p. 37-39) à deux voies, notées  $\{1\}$  et  $\{2\}$ , ayant chacune une pupille d'entrée –  $(\mathcal{P}_{e1})$  ou  $(\mathcal{P}_{e2})$  respectivement – connexe comme le diaphragme d'ouverture correspondant. Ce dispositif est réglé aussi de façon que  $(\mathcal{P}_{e1})$  et  $(\mathcal{P}_{e2})$  soient identiques à une translation près, et bien séparés.

On note  $\mathbf{B}$  le vecteur caractérisant la translation qui fait passer de  $(\mathcal{P}_{e1})$  à  $(\mathcal{P}_{e2})$  : c'est un paramètre important, qui donne ce qu'on appelle la « base » de l'interféromètre. L'analyse du contraste des franges (rectilignes équidistantes en l'absence de turbulence et si l'interféromètre est bien réglé) permet de mesurer, dans la direction de la projection de  $\mathbf{B}$  sur le plan du ciel, la dimension angulaire de certains détails qu'on pourrait bien voir avec un instrument fictif sans turbulence, à pupille d'entrée connexe de largeur  $\|\mathbf{B}\|$ . Une telle idée remonte aux physiciens FIZEAU et STEPHAN, en 1868, mais ils n'ont pas réussi à mesurer le diamètre apparent d'une étoile, car ils n'ont pas choisi un dispositif donnant à leur interféromètre une base assez grande. Il fallut attendre 1920, et le montage de MICHELSON et PEASE, pour obtenir un résultat positif dans le cas d'une étoile géante : Bételgeuse ( $\alpha$  Ori), dont ils ont ainsi mesuré le diamètre apparent (0,047"). Quelques mois auparavant, ANDERSON avait mesuré par interférométrie<sup>(1)</sup>, à  $\pm 0,0003''$  près [2], l'écart angulaire entre les composantes de la binaire spectroscopique<sup>(2)</sup> Capella A ( $\alpha$  Aur A) à différentes dates : environ 0,05" ; il faisait ainsi accéder cette étoile au statut de « binaire interférométrique ».

Pour pouvoir obtenir en temps réel par interférométrie un ensemble omnidirectionnel de détails sur un objet céleste, il faut des bases de directions variées, donc au moins trois diaphragmes d'ouverture connexes non alignés. Avec deux diaphragmes seulement il n'y a qu'une seule base, et pour une étoile binaire dans les cas favorables on peut déterminer par interférométrie sa disposition apparente, l'écart angulaire entre ses composantes, ainsi que le rapport de leurs éclats apparents – le tout en analysant le contraste des franges (produites par l'interféromètre) en fonction de  $\mathbf{B}$  par exemple et en obtenant un minimum de

(1) avec un interféromètre de type FIZEAU, donc n'utilisant qu'un seul réfracteur ou réflecteur (ici, le télescope de 100 *inches* de diamètre du Mont Wilson).

(2) *i.e.* étoile double physique dont les composantes sont angulairement trop serrées pour être résolues dans une lunette ou un télescope usuel, mais trahissant leur présence à cause de leur mouvement orbital relatif qui produit (par effet DOPPLER) des oscillations des positions de leurs raies spectrales. Il se peut que l'une des composantes soit trop peu lumineuse par rapport à l'autre, donc qu'on ne voie pas ses raies (comme ce fut le cas pour Mizar B lors de la découverte de sa nature binaire spectroscopique en 1908) ou bien qu'on ne puisse mesurer leur oscillation, et dans ces cas on dit qu'on a une « binaire à un spectre » ; ou alors il se peut qu'une composante soit trop massive en valeur relative, donc qu'on ne décèle pas l'oscillation des positions de ses raies car elle est trop petite (c'est là une des limites fondamentales de la méthode spectroscopique de détection des planètes extrasolaires).

Dans le cas de Capella, sa nature binaire spectroscopique a été découverte en 1899 (on appelle maintenant Capella Aa et Capella Ab les deux composantes décelées alors). Puis, en 1914 on a découvert qu'il y a un compagnon physiquement lié au système ci-dessus – nommé Capella A – mais beaucoup moins lumineux ; et en 1936 on a montré que c'est aussi une binaire constituée de deux naines rouges (appelées maintenant Capella Ha et Capella Hb).

contraste pour des valeurs précises de **B**. Mais comment savoir laquelle des composantes est la plus lumineuse (en termes d'éclat apparent<sup>(3)</sup>) ? Le contraste des franges n'est-il pas invariant par permutation des deux composantes ? Est-on alors obligé de recourir à un interféromètre à au moins trois diaphragmes d'ouverture pour répondre à la première question ? ANDERSON avait résolu ce problème en profitant de la limitation du champ d'interférences (dans le plan focal) par la tache de diffraction de chaque ouverture (connexe et à transmittance réelle), ainsi que du décalage entre les figures (centrosymétriques en l'absence de turbulence) dues aux deux composantes stellaires (de diamètres non perceptibles) : ces effets font que l'annulation de contraste des franges ne passe pas au milieu des deux centres de symétrie lorsque ces deux étoiles ont des éclats apparents différents, mais du côté de l'étoile la moins lumineuse ([2], p. 272-273). La turbulence atmosphérique ne devait pas trop gêner ANDERSON : il utilisait des pupilles d'entrée ( $\mathcal{P}_{E1}$ ) et ( $\mathcal{P}_{E2}$ ) de dimensions voisines d'une vingtaine de centimètres, *i.e.* relativement moins que le diamètre de FRIED ([1], p. 12-18) d'une nuit calme. Dans ces conditions de turbulence réduite les franges restent relativement rectilignes équidistantes car l'image d'un point *par chacune des voies* est presque une tache de diffraction de FRAUNHOFER idéale, mais animée d'un mouvement de translation aléatoire (presque le même pour les deux composantes stellaires) différent de celui de la tache quasi idéale de diffraction liée à l'autre pupille ; donc ces deux taches de diffraction se décalent aléatoirement l'une par rapport à l'autre au rythme de la turbulence, la zone d'annulation de contraste des franges bouge aussi, ANDERSON devait la repérer « au vol » et estimer sa position moyenne – par rapport à la position moyenne commune aux centres des deux taches de diffraction associées à ( $\mathcal{P}_{E1}$ ) et ( $\mathcal{P}_{E2}$ ) ! Il avait ainsi pu déterminer certains éléments du mouvement orbital relatif de Capella Aa et Ab.

Toujours avec un interféromètre stellaire à deux voies<sup>(4)</sup>, il apparaît donc profitable de disposer d'une autre méthode qui s'applique encore en présence d'une turbulence plus importante. C'est le cas de celle que nous allons rappeler, qui n'exploite pas la tache de diffraction *due à chaque voie*, mais l'influence de la longueur d'onde sur la cohérence spatiale dans les interférences entre les ondes issues des deux voies ; cependant, pour que les résultats de cette méthode ne soient pas ambigus visuellement, il faut que le rapport des éclats apparents des deux étoiles ne varie pas trop avec la longueur d'onde sur le domaine utilisé – ce qui est bien vérifié pour les deux composantes de Capella A sur le domaine de longueurs d'onde [500 nm, 650 nm] auquel a été restreinte toute cette étude. Dans le cas contraire, cette méthode reste praticable moyennant une analyse photométrique et à condition que les spectres individuels des composantes soient connus, comme dans le cas

(3) Pour sa définition, voir par exemple [3], p. 69-70.

(4) Par exemple I2T, mis en service en 1972 à l'Observatoire de Nice sous l'impulsion d'Antoine LABEYRIE, fut le premier interféromètre stellaire disposant d'un télescope pour chacune de ses deux voies – ce qui autorise une base plus longue (fixée à 12 m dans la première version de I2T) moyennant le long foyer coulé de chaque télescope, et confère à l'interféromètre une meilleure luminosité (la pupille d'entrée de chaque télescope de I2T ayant 25 cm de diamètre).

d'une binaire spectroscopique « à deux spectres » – dont les raies des deux composantes se déplacent nettement en sens opposés, et périodiquement se séparent bien lorsque les vitesses radiales (relatives à la Terre) des composantes sont à leur plus grand écart, où les caractéristiques individuelles de leurs raies respectives sont bien mesurables.

Pour dégager la quintessence de cette autre méthode, nous passerons donc sous silence la structure de la tache de diffraction *par chaque ouverture connexe*, en la traitant comme un fond continu uniforme. Bien sûr, c'est une approche simplifiée qui pourra être raffinée ultérieurement ! En attendant, il est possible et fécond d'utiliser une discussion formelle de la cohérence spatiale dans les interférences à deux ondes, avec le théorème de VAN CITTERT et ZERNIKE, qui fonde ainsi une théorie sommaire des méthodes de « synthèse d'ouverture » ; nous verrons d'abord ainsi, dans sa généralité, l'effet interférentiel permettant de déterminer l'étoile la plus lumineuse, tout en soulignant certains aspects théoriques des problèmes particuliers posés par les observations astronomiques. Ensuite, nous en présenterons une transposition didactique, sur les plans théorique et expérimental accessibles au niveau du Premier cycle universitaire et des Classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) ; les lecteurs que rebutteraient l'approche générale par le théorème de VAN CITTERT et ZERNIKE et les détails de son application à l'observation astronomique pourront sauter le premier paragraphe et reprendre là leur lecture, pour trouver alors une mise en équations plus sommaire, permettant néanmoins de concevoir le principe de notre expérience et d'en discuter les résultats – ce qui est techniquement moins ardu en dehors du champ de l'astronomie. Enfin, nous décrirons la réalisation concrète de cette expérience, en donnant un protocole de réglage conduisant au résultat final que nous montrerons et que nous dépouillerons.

## 1. FONDEMENT DE LA SYNTHÈSE D'OUVERTURE : L'INTERFÉROMÉTRIE STELLAIRE

L'idée directrice de la synthèse d'ouverture (au sens large) étant d'exploiter les propriétés fondamentales de la cohérence spatiale en interférométrie, nous allons les rappeler brièvement – en commençant (sous-paragraphe 1.1.) par un théorème classique (datant de 1934-1938) et très fécond. Il s'applique dans le cadre de l'étude des interférences à deux ondes et de la réponse des récepteurs de lumière usuels en un point  $P$  du champ d'interférences, en considérant classiquement qu'elle est proportionnelle à l'intensité vibratoire en  $P$ , *i.e.* à la moyenne (sur le temps de réponse du récepteur) du carré scalaire du champ électrique  $E(P, t)$  de l'onde lumineuse ; en régime stationnaire et ergodique, si ce temps de réponse est assez grand devant le temps de cohérence de la lumière, l'intensité vibratoire est très voisine de son espérance mathématique (au sens des fonctions aléatoires) dont la densité spectrale correspondante en nombre d'ondes  $\sigma$  s'écrit<sup>(5)</sup>, pour un élément

(5) d'après le théorème de WIENER-KHINTCHINE, donc en supposant que le signal analytique de  $E$  est une fonction aléatoire de moyenne nulle et stationnaire, au sens de la covariance – ce qui n'est vrai que pour des sources thermiques, en dehors de leurs régimes transitoires.

de source  $S_j$ ,

$$\mathcal{I}_j = [\alpha_{1j}^2 + \alpha_{2j}^2 + 2\alpha_{1j}\alpha_{2j} \cos(2\pi\sigma\delta_j)] I_{\sigma j}$$

où  $\alpha_{1j}$  et  $\alpha_{2j}$  sont proportionnels aux coefficients de transmission (fonctions de  $\sigma$ ) des deux voies de l'interféromètre entre  $S_j$  et  $P$ ,  $\delta_j$  désignant la différence de marche (fonction de  $\sigma$ ) de  $S_j$  à  $P$ , et  $I_{\sigma j}$  le spectre en nombre d'ondes de la lumière émise par  $S_j$  vers l'interféromètre.

### 1.1. Théorème de VAN CITTERT et ZERNIKE

La discussion de la cohérence spatiale permet de préciser l'influence, sur les interférences à deux ondes, de l'étendue et de la structure de la source lumineuse. Dans le cas usuel où celle-ci est conventionnelle (*i.e.* non-laser), le fondement de cette étude est la loi empirique suivante : en tout point de l'espace les champs aléatoires spectraux, dus à deux éléments de volume qui sont des sources primaires (*i.e.* lumineuses par elles-mêmes) matériellement distinctes, sont décorrélés ; donc l'espérance mathématique de l'intensité vibratoire spectrale  $\mathcal{I}$  due à toute la source est la somme des espérances des intensités vibratoires spectrales  $\mathcal{I}_j$  dues à chacun de ses éléments – et à partir de maintenant, nous omettrons de préciser que nous raisonnons sur des espérances mathématiques.

Pour une source primaire, la théorie du transfert de rayonnement [4] (qui tient compte des processus d'émission, d'absorption et de diffusion de la lumière au sein de la source) permet de rendre compte de son émission vers son extérieur au travers de chacun de ses éléments de surface<sup>(6)</sup>, avec une intensité spectrale (au sens strict de la photométrie, *i.e.* d'un flux spectral par unité d'angle solide) élémentaire pour chacun d'eux.

Pour la suite de nos calculs, nous négligerons les variations des  $\alpha_{1j}$  et  $\alpha_{2j}$  avec  $(\sigma, S_j, P)$  dans le domaine d'étude : dorénavant nous les noterons  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . Mais nous ne pourrions pas en faire de même pour  $\delta_j$  ! Cependant avec une source d'assez petite dimension et un interféromètre à deux voies, on peut approximer la variation de  $\delta_j$  en fonction de  $S_j$ , au voisinage du point « central »  $S_0$  de la source, par une relation linéaire classique [5]. Pour l'exprimer, distinguons deux cas :

- ◆ le fonctionnement de l'interféromètre repose essentiellement sur les lois de propagation géométrique dans l'approximation paraxiale pour ses deux voies ; alors on appelle  $P_1$  (resp.  $P_2$ ) l'antécédent de  $P$  par la voie {1} (resp. {2}) pour le nombre d'ondes  $\sigma$ , et on pose  $\mathbf{u}_{01}(P, \sigma) := S_0 \mathbf{P}_1 / S_0 P_1$  – resp.  $\mathbf{u}_{02}(P, \sigma) := S_0 \mathbf{P}_2 / S_0 P_2$  ;

(6) Admettons ici cette façon simplifiée de s'exprimer, même si une étoile ne possède pas de surface au sens strict d'une interface ! Avant de pouvoir sonder l'intérieur d'une source primaire optiquement dense, l'un des buts de son observation optique sera déjà de déterminer les propriétés apparentes de la surface fictive de cette source.

- ◆ le fonctionnement de l’interféromètre repose fondamentalement sur la diffraction liée aux pupilles d’entrée  $(\mathcal{P}_{E1})$  et  $(\mathcal{P}_{E2})$  – qui pourraient dépendre de  $\sigma$  – à l’intérieur desquelles on choisit (indépendamment de  $P$ ) deux points  $C_1$  et  $C_2$  homologues, *i.e.* tels que  $C_1 C_2 = \mathbf{B}$  ; c’est le cas du montage usuel des trous d’YOUNG, mais aussi de l’interféromètre de RAYLEIGH, et bien sûr des interféromètres stellaires. Alors on pose  $\mathbf{u}_{01} := \mathbf{S}_0 C_1 / S_0 C_1$  et  $\mathbf{u}_{02} := \mathbf{S}_0 C_2 / S_0 C_2$ .

Pour les dispositifs usuels, en considérant que par définition  $\delta_j(P)$  est le chemin optique du rayon de  $S_j$  à  $P$  sur la voie  $\{2\}$  moins celui sur la voie  $\{1\}$ , on peut montrer [5] que

$$\begin{aligned} \delta_j(P, \sigma) &\cong \delta_0(P, \sigma) - (\mathbf{u}_{02}(P, \sigma) - \mathbf{u}_{01}(P, \sigma)) \cdot \mathbf{S}_0 \mathbf{S}_j \\ &= \delta_0(P, \sigma) - (\mathbf{u}_{02}(P, \sigma) - \mathbf{u}_{01}(P, \sigma)) \cdot (\mathbf{S}_0 \mathbf{S}_j)_{//} \end{aligned} \tag{1}$$

car dans tout cet article, l’indice // accolé à un vecteur désigne sa composante vectorielle normale à  $\mathbf{u}_0 := (\mathbf{u}_{01} + \mathbf{u}_{02})/2$ , qui est un vecteur quasi unitaire, et quasiment dirigé de  $S_0$  vers le milieu  $O$  de  $[C_1 C_2]$  ou  $[P_1 P_2]$ , dans le cas usuel où  $\mathbf{u}_{01}$  et  $\mathbf{u}_{02}$  sont presque égaux. Dans le cas d’un interféromètre stellaire, on dit que la composante vectorielle normale à  $\mathbf{u}_0$  est « parallèle au plan du ciel » pour  $S_0$ .

Alors vu la relation (1), le facteur spectral de cohérence  $\gamma_\sigma$  est proportionnel à la transformée de FOURIER, pour la fréquence spatiale  $\sigma(\mathbf{u}_{02} - \mathbf{u}_{01})$ , de la densité surfacique  $\mathcal{I}_\sigma^s$  d’intensité vibratoire<sup>(7)</sup> spectrale pour la partie  $(\Sigma_v)$ , d’origine en  $S_0$ , de la surface de la source visible depuis  $O$  environ ; plus précisément, en indiquant la transformation de FOURIER par l’ajout d’un tilde, on peut écrire

$$\gamma_\sigma = e^{i 2 \pi \sigma \delta_0} \frac{\tilde{\mathcal{I}}_\sigma^s(\sigma(\mathbf{u}_{02} - \mathbf{u}_{01}))}{\tilde{\mathcal{I}}_\sigma^s(\mathbf{0})}.$$

Tel est le contenu du théorème de VAN CITTERT et ZERNIKE [5-6].

### Formulation simplifiée pour une source à l’infini

Dans le cas d’une source céleste, de petite dimension angulaire, centrée sur  $S_0$ , considérons sur le plan (fictif) du ciel – dont la distance à  $O$  est  $R$ , très grande à l’échelle humaine, mais arbitraire – la projection conique<sup>(8)</sup>  $(\Sigma_p)$  de  $(\Sigma_v)$ . En  $S'$  de  $(\Sigma_p)$ , qui est le projeté de l’élément  $S$  de  $(\Sigma_v)$ , on considère la luminance spectrale [3] qui créerait au

(7) arrivant en  $P$ .

(8) de centre  $O$ .

niveau de l'interféromètre la même intensité vibratoire spectrale que  $S$ .

Notons  $S'_0$  le projeté de  $S_0$  sur  $(\Sigma_p)$ , et considérons alors la distribution de luminance spectrale de la source plane fictive ci-dessus, exprimée en fonction des variables angulaires (*i.e.* deux composantes de  $S'_0 S'/R$ ) ; on l'appelle la *distribution de luminance spectrale apparente*, et on la note  $\mathcal{L}_\sigma$ . On montre facilement que

$$\gamma_\sigma = e^{i2\pi\sigma\delta_0} \frac{\tilde{\mathcal{L}}_\sigma(\sigma \mathbf{B}_\parallel)}{\tilde{\mathcal{L}}_\sigma(\mathbf{0})}.$$

### 1.2. Application de ce théorème aux observations astronomiques

L'idée de base de l'interférométrie stellaire à deux ouvertures est de produire, dans un fin domaine spectral de longueur d'onde moyenne  $\lambda := 1/\sigma$ , des franges d'interférences à deux ondes sur la tache image d'un astre, pour analyser leur contraste  $C_\sigma$  (et leur position si possible) – avec  $\|\mathbf{B}\| = C_1 C_2$  assez grand afin de rendre  $\gamma_\sigma$  sensible aux détails de  $\mathcal{L}_\sigma$ . Ceci est intéressant expérimentalement, car dans les cas usuels où  $\mathbf{u}_{02} - \mathbf{u}_{01}$  varie peu avec  $P$ , mais où la variation notable de  $\delta_0$  avec  $P$  produit des franges, on a classiquement

$$C_\sigma = \frac{2|\alpha_1\alpha_2|}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} |\gamma_\sigma| \tag{2}.$$

Il est important de noter que, à  $|\gamma_\sigma|$  fixé,  $C_\sigma$  varie avec  $|\alpha_1/\alpha_2|$ , et atteint son maximum  $|\gamma_\sigma|$  si et seulement si  $|\alpha_1/\alpha_2| = 1$  ; alors, toutes choses égales par ailleurs, la visibilité des franges est optimale<sup>(9)</sup>.

La mesure de  $|\gamma_\sigma|$  en fonction de  $\sigma \mathbf{B}_\parallel$  est le fondement de la méthode de synthèse d'ouverture [6-8]. Elle demande donc d'observer avec diverses orientations de  $\mathbf{B}_\parallel$  par rapport au référentiel de COPERNIC (la rotation diurne de la Terre y contribue : on dit que

(9) Avec un interféromètre usuel, bien au calme dans un laboratoire d'optique – où on peut relativement agir sur la photométrie de la source artificielle, ainsi que sur celle des deux faisceaux  $(\mathcal{F}_{1j})$  et  $(\mathcal{F}_{2j})$  allant d'un élément  $S_j$  de cette source aux pupilles d'entrée  $(\mathcal{P}_{e1})$  et  $(\mathcal{P}_{e2})$  des deux voies de l'interféromètre respectivement – il est assez facile de se placer dans une situation où  $|\alpha_1/\alpha_2| \cong 1$ . Il n'en est pas de même avec un interféromètre stellaire dans un observatoire astronomique, car dans ce cas  $S_j$  est sur un astre,  $(\mathcal{P}_{e1})$  et  $(\mathcal{P}_{e2})$  sont distants de plusieurs mètres, donc la turbulence atmosphérique ([1], p. 12-18) affecte différemment la collimation et la direction de  $(\mathcal{F}_{1j})$  et  $(\mathcal{F}_{2j})$  au niveau de  $(\mathcal{P}_{e1})$  et  $(\mathcal{P}_{e2})$  respectivement, et fait ainsi fortement varier de manière aléatoire le rapport  $|\alpha_1/\alpha_2|$  en un point fixé du champ d'interférences ; nous en verrons quelques conséquences juste avant le sous-paragraphe 1.4.



cela produit un effet de « super-synthèse d'ouverture »), mais aussi d'observer avec diverses valeurs de  $\|\mathbf{B}_{//}/\lambda\|$ . Si dans un assez large domaine spectral ( $\mathcal{S}$ ) la variation de la distribution  $\mathcal{L}_\sigma$  avec  $\sigma$  est simplement une multiplication par un coefficient dépendant de  $\sigma$ , nous dirons que l'apparence de l'astre est monochrome – en chaque point du plan du ciel il présente la même couleur – et alors il peut être commode de diminuer  $\lambda$  d'un certain facteur dans ce domaine plutôt que d'écarter  $C_1$  et  $C_2$  du même facteur.

À partir de ces résultats, la reconstruction de  $\mathcal{L}_\sigma$  (à une constante multiplicative près, et dorénavant implicite) se heurte à plusieurs obstacles.

- ◆ D'une part, l'ensemble des segments  $[C_1 C_2]$  pour lesquels on peut réaliser des mesures ne permet pas de couvrir tout le spectre infini des fréquences spatiales, ne serait-ce que parce que l'ensemble des distances entre  $C_1$  et  $C_2$  matériellement réalisables est borné ; d'où la limite de résolution intrinsèque pour cette méthode.
- ◆ D'autre part, si on pouvait obtenir  $\arg \gamma_\sigma$  pour déterminer  $\tilde{\mathcal{L}}_\sigma$ , un simple calcul de transformée de FOURIER inverse donnerait la distribution apparente de luminance spectrale de la source à la longueur d'onde  $\lambda$  ; mais à  $\lambda$  fixé, la turbulence atmosphérique rend impossible la détermination de  $\arg \gamma_\sigma$  pour un ensemble de fréquences spatiales, même à une constante additive près. Au lieu de  $\gamma_\sigma$ , l'information basique donnée par l'interférométrie stellaire à deux ouvertures est donc  $|\gamma_\sigma|$  seulement, ce qui fait apparaître une indétermination fondamentale sur la distribution apparente de luminance spectrale : il y en a une infinité qui donnent le même  $|\gamma_\sigma|$ , elles ont toutes la même autocorrélation spatiale. Quoique non lié à la turbulence, un problème similaire se rencontre en radiocristallographie, pour la détermination du motif des mailles cristallines : c'est le classique « problème des phases », si crucial en rayons X. On comprend alors qu'un des avantages des interféromètres stellaires à trois ouvertures ou plus est de donner lieu aux relations de clôture de phase : cela permet d'obtenir des informations sur  $\arg \gamma_\sigma$ .

En ce qui concerne la qualité des résultats même avec un interféromètre stellaire à  $N$  ouvertures, signalons qu'on ne peut pas reconstruire des images complexes dans le domaine visible, contrairement au domaine radio : outre les problèmes mécaniques dus à la difficulté de stabiliser les éléments du montage à une fraction de longueur d'onde près (ce qui est plus difficile dans le visible), cette différence a des causes plus fondamentales [9] – car pour réaliser correctement chaque mesure il faut capter environ deux photons au moins par période moyenne  $\lambda/c$  du domaine spectral utilisé [10], et pour les astres usuels ceci n'est possible qu'à des longueurs d'onde plus grandes que celles de l'infrarouge lointain.

Ainsi l'interférométrie stellaire dans le visible ne permet-elle que de mesurer quelques paramètres, parmi tous ceux qui concernent l'objet observé (et sont inaccessibles avec un

instrument à une seule ouverture) : par exemple, pour une étoile, son diamètre apparent, et dans les cas favorables son coefficient d'assombrissement centre-bord ou son aplatissement ; pour un système binaire, en plus, son écart angulaire, son orientation, etc.

Une amélioration notable peut être apportée au problème des phases dans un assez large domaine spectral, si on admet encore que l'apparence de l'astre est quasi monochrome sur  $(\mathcal{S})$  : alors la fonction  $\arg \tilde{L}_\sigma$  est indépendante de  $\sigma$ , modulo  $2\pi$ . L'usage d'un élément dispersif rend possible l'observation simultanée à un instant  $t$  des franges d'interférences pour divers  $\sigma$  dans ce domaine, ainsi que la comparaison de leurs positions à  $t$  malgré la turbulence ; d'où la possibilité d'en déduire des informations concernant  $\arg \tilde{L}_\sigma(\sigma \mathbf{B}_//)$  sur une certaine plage de fréquences spatiales (angulaires)  $\sigma \mathbf{B}_//$  à  $\mathbf{B}_//$  fixé<sup>(10)</sup>. Nous allons illustrer cette idée dans le cas d'un objet étendu le plus simple qui soit.

### 1.3. Position du problème sur un cas simplifié

Comme prototype d'objet céleste très simplifié, considérons une étoile double dont les deux composantes  $S_a$  et  $S_b$  sont supposées ponctuelles. On veut savoir, entre autres, laquelle est la plus lumineuse.

Cherchons s'il est possible de répondre à cette question déjà dans le cas simple où  $\alpha_1 \cong \alpha_2 := \sqrt{T}$  (i.e. où  $T$  – proportionnel au facteur de transmission – est identique pour chaque voie entre  $S_j$  et  $P$ ), et où (en accord avec une approximation faite depuis le sous-paragraphe 1.1.) la non-uniformité de l'intensité<sup>(11)</sup> spectrale sur la tache image produite isolément par chaque voie pour chacune des composantes  $S_a$  et  $S_b$  est négligeable – ce qui revient à supposer que les variations de  $T$  avec  $P$  dans le domaine d'étude sont négligeables.

Puisque  $S_a$  et  $S_b$  sont des sources primaires (incohérentes entre elles), cette étoile double donne, dans le plan image  $(\pi')$  de l'interféromètre, l'intensité spectrale qui est la somme de celles dues à chaque étoile :

$$\mathcal{I} \cong 2 T I_{\sigma_a} [1 + \cos(2\pi \sigma \delta_a)] + 2 T I_{\sigma_b} [1 + \cos(2\pi \sigma \delta_b)] \quad (3)$$

où  $I_{\sigma_a}$  et  $I_{\sigma_b}$  sont par définition positifs, uniformes sur  $(\pi')$  (à cause de la seconde simplification posée au début de ce sous-paragraphe), et proportionnels aux éclats apparents de  $S_a$  et  $S_b$  ; par contre, les deux différences de marche  $\delta_a$  et  $\delta_b$  ne sont pas

(10) Puis en changeant  $\mathbf{B}_//$  de façon à obtenir une plage de fréquences spatiales chevauchant la précédente, et en répétant ce procédé, on peut ainsi déterminer de proche en proche les variations de  $\arg \tilde{L}_\sigma(\sigma \mathbf{B}_//)$  sur une plus grande plage de fréquences spatiales.

(11) Ici, et pour toute la suite de cet article, il s'agit toujours de l'intensité *vibrotatoire*.

uniformes sur  $(\pi')$  (à cause de la variation avec  $P$  du chemin optique des divers rayons fictifs des ondelettes d'HUYGENS-FRESNEL qui rendent compte de la formation d'une tache image par diffraction), mais  $\delta_a - \delta_b$  est uniforme d'après la relation (1) avec  $\mathbf{u}_{01}$  et  $\mathbf{u}_{02}$  uniformes pour l'interféromètre stellaire :  $\delta_a - \delta_b \cong \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon$ , où  $\varepsilon$  désigne l'écart angulaire (en radians) de  $S_a$  vers  $S_b$  projeté sur un axe orienté par  $\mathbf{B}_{//}$ . On peut réécrire l'expression (3) sous la forme

$$\mathcal{I} \cong 2T (I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} + \Re e \Gamma_{\sigma}) = 2T [I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} + |\Gamma_{\sigma}| \cos(2\pi \sigma \delta_a - \psi)] \quad (4)$$

avec

$$\begin{aligned} \Gamma_{\sigma} &= I_{\sigma_a} \exp(i 2\pi \sigma \delta_a) + I_{\sigma_b} \exp(i 2\pi \sigma \delta_b) \\ &= [I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} \exp(-i 2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)] \exp(i 2\pi \sigma \delta_a) \end{aligned} \quad (5)$$

(conformément à ce que donne le théorème de VAN CITTERT et ZERNIKE pour une distribution de luminance formée de deux pics de DIRAC), et

$$\psi := -\arg [I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} \exp(-i 2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)]$$

donc

$$\begin{aligned} \Gamma_{\sigma} &= |\Gamma_{\sigma}| \exp i(2\pi \sigma \delta_a - \psi) \\ &= \sqrt{I_{\sigma_a}^2 + I_{\sigma_b}^2 + 2I_{\sigma_a} I_{\sigma_b} \cos(2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)} \exp i(2\pi \sigma \delta_a - \psi) \\ \sin \psi &= \frac{I_{\sigma_b} \sin(2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)}{|\Gamma_{\sigma}|} \quad \text{et} \quad \cos \psi = \frac{I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} \cos(2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)}{|\Gamma_{\sigma}|} \end{aligned} \quad (6).$$

Le contraste des franges s'écrit évidemment <sup>(12)</sup>  $C_{\sigma} = \frac{|\Gamma_{\sigma}|}{I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b}}$  d'après l'expression (4). On voit que  $C_{\sigma}$  est maximal par rapport à la variable  $\sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon$  quand elle prend une valeur entière, et dans ce cas  $C_{\sigma} = 1$  ; ceci permet d'en déduire qu'alors  $\varepsilon$  est un multiple de  $\lambda / \|\mathbf{B}_{//}\|$ . Au contraire,  $C_{\sigma}$  est minimal quand  $\sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon$  est demi-entier, et alors  $C_{\sigma} = \frac{|1 - (I_{\sigma_b} / I_{\sigma_a})|}{1 + (I_{\sigma_b} / I_{\sigma_a})} = \frac{|1 - (I_{\sigma_a} / I_{\sigma_b})|}{1 + (I_{\sigma_a} / I_{\sigma_b})}$ , donc ceci permet d'en déduire  $|\varepsilon|$  (si on a mesuré la plus petite valeur de  $\sigma \|\mathbf{B}_{//}\|$  rendant  $C_{\sigma}$  minimal) mais aussi le doublet  $\{I_{\sigma_b} / I_{\sigma_a}, I_{\sigma_a} / I_{\sigma_b}\}$  ; si en plus on savait déterminer  $\psi$  modulo  $2\pi$  dans ce cas où  $\sin \psi$  est nul – voir les relations (6) – on pourrait en déduire si  $\cos \psi$  vaut 1 ou  $-1$ , donc si  $I_{\sigma_a}$  est plus grand que  $I_{\sigma_b}$  ou le contraire – mais cette mesure de  $\psi$  exige par exemple

(12) De manière plus fondamentale, on peut l'exprimer aussi à l'aide de la fonction de cohérence spectrale  $F_{\sigma}$  – ici,  $F_{\sigma} = \alpha_1 \alpha_2 \Gamma_{\sigma} = T \Gamma_{\sigma}$  – et des intensités spectrales  $I_{\sigma_1} = T(I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b})$  et  $I_{\sigma_2} = I_{\sigma_1}$  produites respectivement par les voies {1} et {2} isolément ; comme le facteur de cohérence spectral est  $\gamma_{\sigma} := F_{\sigma} / \sqrt{I_{\sigma_1} I_{\sigma_2}}$  par définition, la relation (2) donne  $C_{\sigma} = \frac{2|\alpha_1 \alpha_2|}{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \frac{|F_{\sigma}|}{\sqrt{I_{\sigma_1} I_{\sigma_2}}} = \frac{2T |\Gamma_{\sigma}|}{I_{\sigma_1} + I_{\sigma_2}}$ .

de savoir en quels endroits de  $(\pi')$  on a  $\delta_a$  multiple de  $\lambda$ , ce qui n'est pas connu assez précisément à cause des incertitudes de mesure des chemins optiques (fluctuants d'ailleurs à cause des vibrations du montage, des turbulences, etc.).

Or  $|\Gamma_\sigma|$  et  $C_\sigma$  sont indépendants du signe de  $\varepsilon$ , donc l'observation de  $C_\sigma$  ne permet pas de déterminer laquelle des deux étoiles est la plus lumineuse – *i.e.* si  $I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}$  est supérieur ou inférieur à 1. Afin de lever cette ambiguïté (*i.e.* l'indétermination de  $180^\circ$  sur l'angle de position apparente d'une composante stellaire par rapport à l'autre), on cherche à exploiter  $\arg \Gamma_\sigma$  ou, plus précisément, les variations de  $\psi$  avec  $\sigma \parallel \mathbf{B}_\parallel$ . Dans ce but, on regarde les interférences pour différents nombres d'ondes  $\sigma$  (*i.e.* on forme une juxtaposition de spectres cannelés, pour un point de chacune des franges – *cf.* au sous-paragraphe 3.2. les deux dernières figures – par exemple en dispersant la lumière dans la direction parallèle aux franges grâce à un prisme à vision directe [11]) : le sens de variation de la phase  $\psi$  des cannelures (donc de leur position dans le plan des spectres) en fonction de  $\sigma$  dépend du signe de  $\varepsilon$  (mais aussi des variations avec  $\sigma$  de  $I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}$ , dont on suppose toujours les effets négligeables) ; on peut aussi dire – d'après les relations (4-6) – que, à  $\delta_a$  fixé, en fonction de  $\sigma$  le contraste des cannelures passe par des minima aux voisinages desquels les positions des cannelures se décalent dans un sens qui dépend du signe de  $\varepsilon$ . Moyennant une connaissance plus précise du système interférentiel, ce signe – révélé par un effet de phase – permettra d'en déduire précisément laquelle des deux étoiles est la plus lumineuse, dans chacune des bandes spectrales où se produit l'essentiel du décalage des cannelures.

En outre, par rapport à l'observation directe du champ d'interférences en lumière polychromatique, l'observation des cannelures en interférométrie stellaire présente d'autres avantages : elle évite le problème de la mesure du contraste de franges où l'intensité et la couleur varient simultanément avec la position ; elle rend possible à tout instant (sans changer  $\mathbf{B}$ ) la caractérisation d'un éventuel minimum de contraste dans le domaine spectral étudié – ce qui est précieux puisqu'à cause de la rotation diurne, l'orientation de  $\mathbf{B}_\parallel$  tourne uniformément par rapport aux étoiles sur la sphère céleste, donc la valeur de  $\varepsilon$  change de manière importante, et dans le spectre le déplacement des minima de contraste qui en résulte est sensible au bout de quelques minutes.

Remarque : La mise en œuvre de cette détermination de  $I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}$  en astronomie [12-15] – où on cherche à observer un astre vu dans la direction du vecteur unitaire  $(-\mathbf{u}_0)$  – est rendue délicate par diverses complications rajoutant d'autres causes de distorsion des cannelures ou de leur contraste :

- ♦ usuellement  $C_1 C_2$  est horizontal, alors la différence de marche  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_0$  sur les rayons utiles allant, *dans le vide*, du point  $S_0$  de l'astre à leur « point d'entrée » respectif dans notre atmosphère (en considérant le modèle d'une atmosphère stratifiée horizontale-

ment) est voisine de la différence de marche  $(S_0C_2) - (S_0C_1)$  qui est de l'ordre<sup>(13)</sup> de 10 m pour un astre à une distance zénithale de l'ordre de  $45^\circ$  ; afin de satisfaire la condition de cohérence temporelle dans le champ d'interférences, on compense  $(S_0C_2) - (S_0C_1)$  par une autre différence de marche  $\delta_h$  entre des parties quasi horizontales des rayons allant de  $C_1$  ou  $C_2$  au champ d'interférences : on réalise  $\delta_h \cong (S_0C_1) - (S_0C_2)$  à quelques micromètres près, grâce à un asservissement qui maintient cette égalité malgré la variation de distance zénithale de  $S_0$  ;

- ◆ la dispersion de l'air *sur ces trajets quasi horizontaux après les télescopes* donne une courbure perceptible et de sens uniforme dans le visible sur l'ensemble des cannelures (contrairement à l'inflexion attendue pour celles-ci lorsque se produit l'effet de phase escompté) ; pour une étoile, cela vient du fait que  $\delta_0(P, \sigma)$  n'est pas (à  $P$  fixé) une fonction affine de  $\lambda$  – mais plutôt de  $\sigma^2$  d'après la formule de CAUCHY en dispersion normale – donc il faut en tenir compte si on veut déterminer les variations de  $\arg \tilde{L}_\sigma(\sigma \mathbf{B}_//)$  avec  $\sigma$ , à partir de celles de  $\arg \gamma_\sigma$  qui se voient d'après les positions relatives des cannelures à  $t$  pour différents nombres d'onde. Dans la version à deux télescopes de l'interféromètre Mark III on annule presque parfaitement cette courbure des cannelures<sup>(14)</sup> en mettant sous vide ces trajets ; dans une version de I2T on se contentait de mettre une pile de lames de verre à faces parallèles (choisies dans un jeu de lames permettant de réaliser diverses épaisseurs différant consécutivement de 0,2 mm) sur une voie de l'interféromètre, et sur l'autre voie éventuellement (pour ajuster le réglage) un compensateur d'Arago<sup>(15)</sup> – dont on peut facilement estimer l'épaisseur souhaitée, en fonction de celle de la pile et de la différence de marche  $\delta_h$  entre les trajets des rayons lumineux *dans l'air après les télescopes*<sup>(16)</sup> ;
- ◆ la dispersion de l'angle de réfraction astronomique étale « verticalement » les différentes composantes spectrales de l'image de l'étoile ; cependant, dans l'hypothèse d'une

(13) avec la deuxième version de l'interféromètre I2T, installé en 1976 au CERGA, où  $\|\mathbf{B}\|$  est réglable de 5 m à 35 m.

(14) et alors les teintes observées sur les franges d'interférences doivent être quasiment celles de NEWTON.

(15) *i.e.* deux prismes identiques de petit angle, mis en contact tête-bêche, pour reconstituer une lame à faces parallèles d'épaisseur continûment variable par glissement d'un des prismes sur l'autre.

(16) Pour simplifier, supposons que la pile de lames et le compensateur d'ARAGO sont formés du même verre. L'épaisseur de la pile, moins celle du compensateur, devra être environ égale (en valeur absolue) à  $\delta_h$  multiplié par la variation, du rouge au bleu, de l'indice de réfraction pour l'air dans les portions des deux voies après les télescopes (donc égale à sa réfractivité  $3 \cdot 10^{-4}$  divisée par sa constringence 94) et divisé par la variation correspondante pour le verre (sa réfractivité typique  $5 \cdot 10^{-1}$  divisée par sa constringence 64 dans le cas du verre *crown* standard – 517:642 – utilisé dans I2T) [3, 17] : donc, de l'ordre de 4 mm pour  $\delta_h \cong 10$  m. La compensation de dispersion est encore meilleure si la dispersion secondaire [17] du verre est proche de celle de l'air normal (0,297) ; on connaît [18] une douzaine de verres qui donnent une compensation à 0,1  $\lambda$  près sur le domaine [450 nm, 700 nm] pour  $\delta_h \cong 10$  m.

atmosphère stratifiée horizontalement, on trouve immédiatement que si  $C_1 C_2$  est horizontal cette dispersion de réfraction influe bien sur la position commune de la tache<sup>(17)</sup> de diffraction par chaque ouverture connexe, mais pas sur  $(S_0 C_2) - (S_0 C_1)$  ; alors cette dispersion angulaire n'intervient pas dans l'approche simplifiée où on traite ces taches comme un fond continu uniforme ;

- ◆ la scintillation n'est pas la même au niveau de chaque télescope ([1], p. 12-18) : alors d'une part elle altère stochastiquement le contraste des franges – en un point  $P$  fixé du champ d'interférences – en écartant de 1 le rapport  $\alpha_1/\alpha_2$  aléatoirement en fonction du temps (cf. note 9), et d'autre part le chromatisme notable<sup>(18)</sup> de la scintillation fait varier  $\alpha_1/\alpha_2$  avec  $\sigma$ , donc déjà avec une source ponctuelle le contraste des cannelures qui correspondent à  $P$  à un instant donné change aussi avec leur domaine spectral ; il faut donc recourir à une méthode statistique, basée sur l'analyse des contrastes instantanés, pour estimer ce que vaudrait le contraste avec une étoile double s'il n'y avait pas de turbulence ;
- ◆ un fort écart à la proportionnalité des spectres des deux étoiles n'est pas exclu, car même pour une binaire elles peuvent avoir des masses nettement différentes donc des rythmes d'évolution fort dissemblables, et être ainsi de types spectraux [16] bien distincts – parmi les binaires célèbres, séparables avec une lunette d'amateur et ayant des composantes de couleurs différentes, citons Pulcherimma ( $\epsilon$  Boo) dont la composante la plus lumineuse est du type K0 (orange) et l'autre du type A2 (blanc bleuté) ; Albireo ( $\beta$  Cyg) est même une étoile triple physique K3 (orange), B8 (bleue), et B9 (bleue) à petite distance angulaire de la première composante mais 7,6 fois moins lumineuse.

#### 1.4. Prise en compte de la distribution de luminance sur chaque disque stellaire

Considérons maintenant, pour les deux composantes de l'étoile double, l'influence de leurs diamètres apparents et, plus généralement, de leurs distributions de luminance spectrale apparente  $L_{\sigma_a}$  et  $L_{\sigma_b}$ . Si  $L_{\sigma_a}$  est *centrosymétrique*, de centre  $O_a$  envoyant dans l'interféromètre une lumière qui y subit une division puis suit deux trajets ayant la différence de marche  $\delta_a$ , et s'il en est de même pour  $L_{\sigma_b}$  (avec  $O_b$  associé à  $\delta_b$ ), alors la relation (5) et celles qui en découlent doivent être corrigées en multipliant les éclats apparents de chaque étoile par les « facteurs de forme normalisés »  $f_{\sigma_a}$  et  $f_{\sigma_b}$  qui sont des fonctions *réelles* de  $\sigma B_{//}$  non proportionnelles *a priori* (à valeurs dans  $[-1, 1]$ ), ce

(17) phénomène qu'on sait compenser approximativement par les prismes de RISLEY.

(18) déjà étudié théoriquement par RAYLEIGH !

qui redonne

$$\mathcal{I}(P) \cong 2T [I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} + \Re e \Gamma_{\sigma}(P)]$$

en tout point  $P$  du domaine utile de  $(\pi')$  – donc toujours en négligeant la non-uniformité de l'intensité spectrale sur la tache image produite isolément par chaque voie pour chacune des étoiles – mais alors avec

$$\Gamma_{\sigma}(P) = [I_{\sigma_a} f_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} f_{\sigma_b} \exp(-i 2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)] \exp[i 2\pi \sigma \delta_a(P)].$$

Par exemple, si les disques stellaires étaient de luminance (spectrale) uniforme, de diamètres apparents  $\alpha_a$  et  $\alpha_b$  respectivement, on aurait

$$f_{\sigma_a} = \frac{2 J_1(\pi \alpha_a \sigma \|\mathbf{B}_{//}\|)}{\pi \alpha_a \sigma \|\mathbf{B}_{//}\|} \quad \text{et} \quad f_{\sigma_b} = \frac{2 J_1(\pi \alpha_b \sigma \|\mathbf{B}_{//}\|)}{\pi \alpha_b \sigma \|\mathbf{B}_{//}\|}$$

où  $J_1$  désigne la fonction de BESSEL de première espèce et d'indice 1 ; mais à cause de l'assombrissement centre-bord, les graphes de ces facteurs de forme ont des lobes latéraux moins marqués – cet assombrissement progressif au bord du disque stellaire provoquant un effet semblable à une apodisation.

Pour que la méthode décrite juste avant les remarques du sous-paragraphe 1.3. soit applicable facilement, il faut maintenant que soient négligeables les effets des variations avec  $\sigma$  de  $\frac{I_{\sigma_b} f_{\sigma_b}}{I_{\sigma_a} f_{\sigma_a}}$  – ce qui dépend de  $\mathbf{B}_{//}$  et peut s'avérer plus problématique. Si ces variations avec  $(\sigma, \mathbf{B}_{//})$  sont bien négligeables, sur le domaine considéré, l'ensemble des  $\sigma \mathbf{B}_{//}$  correspondants aux maxima et aux minima de  $|\Gamma_{\sigma}|$  n'est pas changé par rapport à celui évoqué au sous-paragraphe 1.3. ; tel était bien le cas pour ANDERSON, puisqu'avec son montage de type FIZEAU  $\|\mathbf{B}_{//}\|$  était forcément plus petit que 2,5 m (le diamètre du miroir primaire du télescope utilisé), et ne lui permettait d'observer<sup>(19)</sup> que le premier minimum de contraste pour Capella A [2] ; alors pour cette binaire  $\frac{I_{\sigma_b} f_{\sigma_b}}{I_{\sigma_a} f_{\sigma_a}} \cong \frac{I_{\sigma_b}}{I_{\sigma_a}}$  et ce rapport varie peu avec  $\sigma$  car les types spectraux/classes de luminosité de ses composantes Aa et Ab sont très voisins (G1 III et G8 III respectivement, selon STRASSMEIER et FEKEL, 1990).

Mais étant donné que les deux composantes de Capella A sont des étoiles géantes, cette approximation n'est plus valable dans le domaine visible avec les grandes valeurs de  $\|\mathbf{B}\|$  utilisées par I2T : avec  $\|\mathbf{B}_{//}\|$  au-delà de 16 m les cannelures n'étaient guère visibles à l'œil – car leur contraste se dégrade, et la faiblesse de l'intensité lumineuse de la figure d'interférences empêche de discerner l'existence des cannelures lorsque leur

(19) en fonction de  $\|\mathbf{B}_{//}\|$  seulement, car ANDERSON ne mettait ni filtre ni disperser dans son montage : pour ses calculs il prenait comme valeur de  $\lambda$  la « longueur d'onde effective » (550 nm pour les étoiles de type G comme Capella A et le Soleil).

contraste est inférieur à 10 %. C'est pourquoi en 1977-78 on a choisi  $\|\mathbf{B}_{//}\| \cong 13,8$  m pour toutes les mesures faites sur Capella A avec I2T : c'est la base la plus grande permettant de bien repérer visuellement le plus grand nombre possible de minima de contraste de manière assez précise. Alors I2T a fourni en 1978 de bonnes observations visuelles<sup>(20)</sup>, dont nous allons résumer ici les acquis concernant Capella [11-13].

En fonction de  $\sigma$  et de  $\mathbf{B}_{//}$ , le contraste s'écrit

$$C_{\sigma}(\sigma, \mathbf{B}_{//}) = \frac{\sqrt{I_{\sigma a}^2(\sigma) f_{\sigma a}^2(\sigma \mathbf{B}_{//}) + I_{\sigma b}^2(\sigma) f_{\sigma b}^2(\sigma \mathbf{B}_{//}) + 2 I_{\sigma a}(\sigma) f_{\sigma a}(\sigma \mathbf{B}_{//}) I_{\sigma b}(\sigma) f_{\sigma b}(\sigma \mathbf{B}_{//}) \cos(2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)}}{I_{\sigma a}(\sigma) + I_{\sigma b}(\sigma)}$$

sans oublier que  $\varepsilon$  dépend de la direction de  $\mathbf{B}_{//}$ . Comme les variations avec  $\sigma$  de  $I_{\sigma b}/I_{\sigma a}$  sont négligeables sur le domaine spectral étudié, on peut simplifier la dépendance de  $C_{\sigma}$  et écrire approximativement

$$C_{\sigma}(\sigma \mathbf{B}_{//}) = \frac{\sqrt{I_{\sigma a}^2 f_{\sigma a}^2(\sigma \mathbf{B}_{//}) + I_{\sigma b}^2 f_{\sigma b}^2(\sigma \mathbf{B}_{//}) + 2 I_{\sigma a} f_{\sigma a}(\sigma \mathbf{B}_{//}) I_{\sigma b} f_{\sigma b}(\sigma \mathbf{B}_{//}) \cos(2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)}}{I_{\sigma a} + I_{\sigma b}}$$

En outre, à  $\mathbf{B}_{//}$  fixé la variation avec  $\sigma$  de  $\cos(2\pi \sigma \|\mathbf{B}_{//}\| \varepsilon)$  est beaucoup plus rapide que celles de  $f_{\sigma a}(\sigma \mathbf{B}_{//})$  et  $f_{\sigma b}(\sigma \mathbf{B}_{//})$  ; alors en fonction de  $\sigma$  les minima de contraste valent  $C_{\sigma m} \cong \frac{|I_{\sigma a}| |f_{\sigma a}| - I_{\sigma b} |f_{\sigma b}|}{I_{\sigma a} + I_{\sigma b}}$  et les maxima  $C_{\sigma M} \cong \frac{I_{\sigma a} |f_{\sigma a}| + I_{\sigma b} |f_{\sigma b}|}{I_{\sigma a} + I_{\sigma b}}$ . Avec I2T on a pu voir, en combinant les changements de base et les observations des cannelures sur tout l'intervalle [500 nm, 650 nm] seulement<sup>(21)</sup>, jusqu'au sixième minimum de  $C_{\sigma}(\sigma \|\mathbf{B}_{//}\|)$ . Dans le cas de Capella A, les valeurs de  $I_{\sigma a} |f_{\sigma a}|$  et  $I_{\sigma b} |f_{\sigma b}|$  se croisent<sup>(22)</sup> entre le cinquième et le sixième minimum de contraste ; à  $\varepsilon$  fixé cela change le sens de variation de  $\psi(\sigma \|\mathbf{B}_{//}\|)$ , qu'on observe le mieux au niveau d'un minimum de contraste car  $\psi(\sigma \|\mathbf{B}_{//}\|)$  y varie plus rapidement – comme nous le verrons au sous-paragraphe 2.2. (voir aussi les courbes de la référence [11]). Cette analyse permet d'en déduire le rapport

- (20) Les mesures numériques, amenant le seuil de détection concernant le contraste à 3 %, n'ont été pratiquées qu'ultérieurement avec I2T – mais par pour réétudier Capella.
- (21) En dehors de cet intervalle les cannelures produites par Capella avec I2T n'étaient pas visibles à l'œil, notamment à cause de leur basse intensité lumineuse plaçant l'observateur en vision mésopique – dont l'effet est aggravé vers le violet par l'espacement de plus en plus fin des cannelures, etc.
- (22) avant le premier changement de signe de  $f_{\sigma a}$  et  $f_{\sigma b}$  (car la composante la moins lumineuse est aussi celle de moindre diamètre apparent), donc avant que  $C_{\sigma m} \cong C_{\sigma M}$  et qu'alors le sens de variation de  $\psi(\sigma \|\mathbf{B}_{//}\|)$  à  $\varepsilon$  fixé soit difficile à discerner dans la pratique.



$I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}$  ou son inverse (cf. infra), mais aussi<sup>(23)</sup> les diamètres apparents des composantes :  $\alpha_a \cong 0,0052'' \pm 0,0010''$  et  $\alpha_b \cong 0,0040 \pm 0,0020''$ .

Avec  $\|B\| \cong 13$  m en 1978 on estimait [12] visuellement que tous les minima de contraste observables (en fonction de l'orientation de  $B_{\parallel}$  par rapport à celle du couple Capella A) dans l'intervalle [500 nm, 650 nm] sont inférieurs à 0,15 – notamment le premier minimum, pour lequel  $f_{\sigma_a} \cong f_{\sigma_b} \cong 1$  ; donc cela implique

$$\frac{|(I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}) - 1|}{(I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}) + 1} \leq 0,15 \quad \text{i.e.} \quad 0,74 \leq I_{\sigma_a}/I_{\sigma_b} \leq 1,35.$$

Mais on sait maintenant [14-15] qu'à 550 nm (près du maximum de sensibilité de l'œil humain) la magnitude apparente de Capella Aa excède de  $0,15 \pm 0,05$  celle de Capella Ab ; d'après la formule de POGSON [3, 16] cela donne

$$I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a} = 10^{(0,15 \pm 0,05)/2,5} \cong 1,15 \pm 0,05.$$

Ces valeurs sont en accord avec l'encadrement précédent, et correspondent à un minimum théorique de contraste  $0,069 \pm 0,023$  – effectivement inférieur à 0,15. À 450 nm la magnitude apparente de Capella Aa excède de  $0,28 \pm 0,10$  celle de Capella Ab, mais à 800 nm au contraire<sup>(24)</sup> celle de Capella Ab excède de  $0,05 \pm 0,10$  celle de Capella Aa – comme l'a montré une campagne de mesure ultérieure en 1988-1992 avec l'interféromètre Mark III (dans sa version à deux télescopes) [19].

Notons cependant que lors du passage de Capella Aa et Ab au minimum de leur écart angulaire dans le dernier trimestre de 1978, on a observé une disparition des cannelures dans trois domaines spectraux, centrés sur 530 nm, 570 nm et 640 nm. Ces phénomènes seraient-ils dus aux facteurs de forme particuliers des géantes Capella Aa et Ab qui interagissent étroitement et subiraient alors des pertes de masse ?

Lorsque les facteurs de forme jouent un rôle non négligeable dans la discussion, il devient tout indiqué d'utiliser un interféromètre à trois télescopes au moins, afin d'élucider les problèmes soulevés par l'astre observé selon la méthode ci-dessus. À notre connaissance [10], ceci n'a pas été réalisé pour Capella ; mais par exemple  $\alpha$  Centauri, qui est une étoile triple, a été observée avec un interféromètre à trois télescopes.

## 2. UNE TRANSPOSITION DIDACTIQUE

En astronomie, les montages d'interférométrie comprennent presque toujours des télescopes. Mais le principe de la méthode présentée au sous-paragraphe 1.3. n'exige

(23) en résolvant le système d'équations données par les valeurs de contraste dans les maxima et les minima [13]. En 1978, les estimations du contraste des franges fournies par I2T n'étaient faites qu'à l'œil, d'où de grandes incertitudes relatives.

(24) Rappelons qu'avec I2T et Capella, les longueurs d'onde supérieures à 650 nm ne donnaient pas de cannelures observables à l'œil.

nullement l'usage de télescopes, ni d'une source à l'infini comme une étoile double ; on retient cependant que la non-uniformité, sur la partie utile du plan d'observation, de l'intensité spectrale due à chaque élément de la source et venant de chaque voie doit être négligeable.

Cette dernière exigence est facilement satisfaite avec des interféromètres manipulés en CPGE ; c'est pourquoi nous avons tenté de mettre en œuvre cette méthode avec du matériel de lycée, et une source secondaire formée d'une paire de trous (montrée au sous-paragraphe 3.2.) légèrement différents, de diamètre de l'ordre de 0,5 mm pour chacun, percés dans un morceau de clinquant recevant l'image du filament d'une lampe à incandescence. Pour que la méthode présentée au sous-paragraphe 1.3. soit utilisable, et que la forme précise des trous ainsi que leurs dimensions n'interviennent guère que sur l'intensité produite par chacun sur le récepteur (*cf.* sous-paragraphe 1.4.), il faut qu'ils soient assez petits devant leur écartement.

Avec les distances usuelles entre les éléments du montage, une paire de miroirs de FRESNEL éclairée par un trou de 0,5 mm de diamètre environ ne produit pas de franges – ce diamètre étant déjà trop grand pour assurer une bonne cohérence spatiale. Nous avons choisi d'utiliser un interféromètre de MICHELSON réglé en coin d'air (d'angle  $\alpha > 0$ ), à cause de sa capacité à donner facilement de grands interfranges (puisqu'on peut rendre  $\alpha$  aussi petit que l'on veut sans supprimer le champ d'interférences) et donc d'être moins sensible au diamètre des trous, sans être insensible pour autant à la distribution normalisée de luminance de toute la source *en ce qui concerne les interférences produites en dehors du lieu de localisation.*

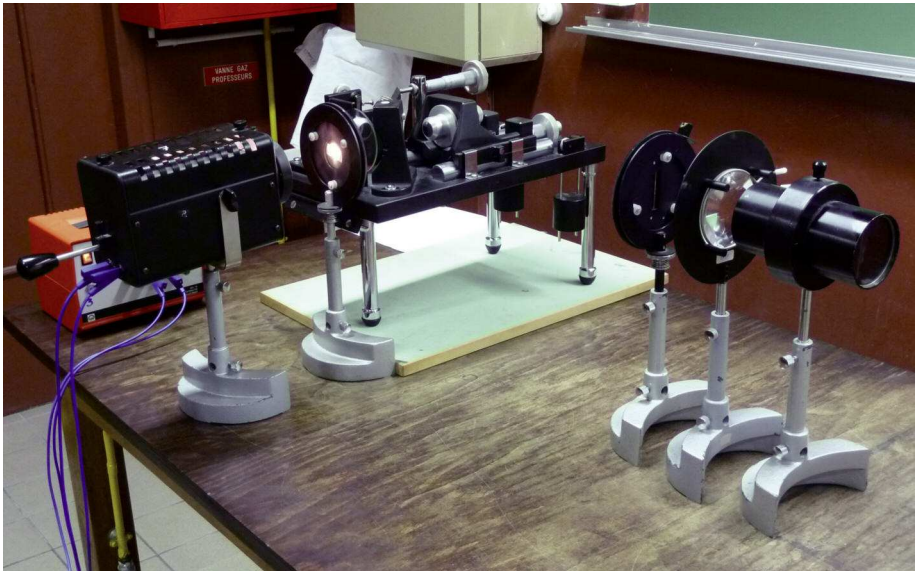
## 2.1. Description du montage

Le montage est présenté sur la figure 1 (*cf.* page ci-après). Une lampe quartz-iodure forme, grâce au réglage de son condenseur, une image de son filament sur la paire de trous (quasi circulaires) ; ainsi, les trous seront des sources quasiment incohérentes entre elles, quoique secondaires. Leurs centres  $O_a$  et  $O_b$  sont sur une verticale ; avec leurs abscisses, définies sur un axe  $Ox$  vertical et notées  $x_a$  et  $x_b$  respectivement, on pose  $\Delta := x_a - x_b$ . Le signe de  $\Delta$  étant quelconque, cela nous permet d'appeler, par convention et sans perte de généralité,  $O_b$  le centre du trou le plus lumineux pour le nombre d'ondes considéré.

Cette paire de trous éclaire un interféromètre de MICHELSON produisant des franges rectilignes horizontales non localisées, que l'on n'observe pas sur le coin d'air équivalent (qui serait le lieu de localisation des franges seulement si la source était assez étendue), mais sur une fente d'entrée verticale ( $F$ ) située dans l'espace de sortie à une distance  $D$  après le coin. En représentation dépliée (dite de SCHWARZSCHILD), la paire de trous est à une distance  $d$  avant le coin.

Une lentille ( $L$ ) de convergence  $+ 8 \delta$ , servant de loupe pour observer la fente, est

suivie d'un prisme à vision directe d'arêtes verticales, permettant de montrer simultanément les spectres des lumières arrivant sur tous les points  $P$  de  $(F)$  (où  $\delta_a$  varie quasiment comme une fonction linéaire de l'abscisse  $x$  de  $P$  – moyennant un choix judicieux de l'origine  $O$ ) ; pour observer ces spectres il suffit de placer la pupille d'entrée de l'œil de l'observateur (ou bien de l'objectif d'un appareil photographique) dans le faisceau lumineux émergent, au niveau de sa zone de convergence (formée par l'ensemble des images finales des trous source) que le choix judicieux de  $(L)$  permet de placer juste après la face de sortie du prisme.



**Figure 1 :** Transposition didactique d'une expérience d'interférométrie stellaire. De gauche à droite : lampe quartz-iode formant l'image de son filament sur une paire de trous éclairant l'interféromètre de MICHELSON, fente d'entrée  $(F)$ , lentille  $(L)$  de  $8 \delta$ , prisme à vision directe.

## 2.2. Théorie simplifiée dans le cas de trous quasi ponctuels

Pour fixer les idées, considérons dorénavant que  $Ox$  est axe de symétrie de  $(F)$ , parallèle à son grand côté ; moyennant le choix judicieux d'origine invoqué précédemment (consistant à placer  $O$  dans le plan médiateur des deux images de  $O_a$  par le coin d'air<sup>(25)</sup>, distantes de  $2\alpha d$  environ), en tout point  $P$  de  $(F)$  la différence de marche  $\delta_a$  (entre  $O_a$  et  $P$ ) est donnée par la formule classique

$$\delta_a \cong 2\alpha d \frac{x}{d + D} \tag{7}$$

(25) L'arête du coin est incluse dans ce plan médiateur.

où, quel que soit le sens de  $Ox$ , on a choisi l'ordre des voies servant à définir la différence  $\delta_a$  de façon que  $\alpha$  soit bien positif. Comme  $O_b$  est décalé de  $\Delta$  par rapport à  $O_a$  dans le sens contraire de  $Ox$ , par rapport à  $O$  l'intersection avec  $Ox$  du plan médiateur des deux images de  $O_b$  par le coin d'air est décalée dans le sens de  $Ox$  d'environ  $D\Delta/d$  ; on en déduit l'expression de la différence de marche  $\delta_b$  entre  $O_b$  et  $P$  :

$$\delta_b \cong 2\alpha \frac{dx - D\Delta}{d + D} = \delta_a - \eta \quad \text{avec} \quad \eta := 2\alpha \frac{D\Delta}{d + D} \quad (8).$$

Pour les lecteurs ayant sauté le premier paragraphe, redisons que (compte tenu de la quasi incohérence mutuelle des lumières émises par les trous quasi ponctuels) l'intensité spectrale  $\mathcal{I}$  en  $P$  se met – conformément aux expressions (3-5) – sous la forme classique

$$\mathcal{I} \cong 2T \{ I_{\sigma_a} [1 + \cos(2\pi \sigma \delta_a)] + I_{\sigma_b} [1 + \cos(2\pi \sigma \delta_b)] \} = 2T (I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} + \Re e \Gamma_\sigma)$$

proportionnelle au facteur de transmission de chaque voie, avec

$$\begin{aligned} \Gamma_\sigma &= I_{\sigma_a} \exp(i 2\pi \sigma \delta_a) + I_{\sigma_b} \exp(i 2\pi \sigma \delta_b) \\ &= [I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} \exp(-i 2\pi \sigma \eta)] \exp(i 2\pi \sigma \delta_a). \end{aligned}$$

On obtient

$$\frac{\mathcal{I}}{2T} \cong I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} + \sqrt{I_{\sigma_a}^2 + I_{\sigma_b}^2 + 2I_{\sigma_a}I_{\sigma_b} \cos(2\pi \sigma \eta)} \cos(2\pi \sigma \delta_a - \psi) \quad (9)$$

où  $\psi = -\arg \left[ I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} \exp\left(-i 2\pi \sigma \frac{2\alpha D \Delta}{d + D}\right) \right] = \arg \left[ I_{\sigma_a} + I_{\sigma_b} \exp(i 2\pi \sigma \eta) \right],$

en accord avec le cheminement qui conduit aux expressions (4-6) actualisées par la relation (8).

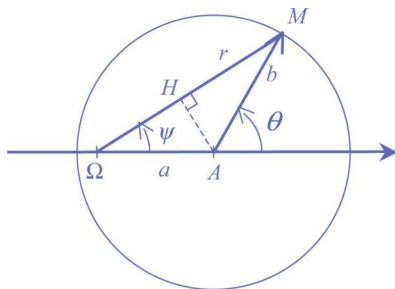
Au passage, on en déduit que quand le contraste spectral  $C_\sigma$  vaut 1 (resp.  $\frac{|I_{\sigma_b} - I_{\sigma_a}|}{I_{\sigma_b} + I_{\sigma_a}}$ ) – ce qui est sa valeur maximale (resp. minimale) – les abscisses des franges claires sont les mêmes que celles que donnerait le trou source le moins (resp. le plus) lumineux tout seul<sup>(26)</sup>.

Dans la discussion qui s'ensuit, nous négligeons toujours l'effet de la variation de  $I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}$  avec  $\sigma$  (nous supposons notamment que ce rapport ne passe pas par 1) ; cette approximation est risquée dans le cas de deux étoiles (cf. sous-paragraphes 1.3. et 1.4.), tandis que pour nos deux trous éclairés par l'image d'un même filament la variation de  $I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}$  est vraisemblablement très faible – à condition de veiller à ne pas mettre un des trous sur un bord d'image du filament, entachée d'aberration chromatique. Puisque  $I_{\sigma_b} > I_{\sigma_a}$  par convention (posée au début du sous-paragraphe 2.1.),  $\psi(\sigma)$  est croissante (resp. décrois-

(26) D'ailleurs quand  $C_\sigma = 1$  la situation très simple : les franges dues à chacun des trous sont globalement confondues.

sante) si  $\Delta$  est positif (resp. négatif) – ce qui est évident d’après une simple construction dans le plan complexe (d’origine  $\Omega$  – cf. figure 2), nous permettant de comprendre facilement les propriétés de  $d\psi/d\sigma$ . Dans ce plan, nommons  $A$  le point d’affixe  $I_{\sigma a}$  (avec  $a := I_{\sigma a}$ ), et introduisons le vecteur  $\mathbf{AM}$  représentant le nombre complexe  $I_{\sigma b} e^{i2\pi\sigma\eta}$  de module noté  $b$  et d’argument  $\theta$ ; alors on pose  $r := \Omega M = |\Gamma_\sigma|$ , et en considérant les parties réelle et imaginaire de  $\Gamma_\sigma$  on voit que

$$r \cos \psi = a + b \cos \theta \quad \text{et} \quad r \sin \psi = b \sin \theta$$



**Figure 2 :** Dans le plan complexe, étude géométrique de  $|\Gamma_\sigma| = (I_{\sigma a} + I_{\sigma b}) C_\sigma = r(\theta)$  et de  $\psi(\theta)$  où  $\theta := 2\pi \sigma \eta$ .

En dérivant par rapport à  $\theta$ , on obtient

$$\frac{dr}{d\theta} \cos \psi - r \frac{d\psi}{d\theta} \sin \psi = -b \sin \theta \tag{10},$$

$$\frac{dr}{d\theta} \sin \psi + r \frac{d\psi}{d\theta} \cos \psi = b \cos \theta \tag{11}$$

En formant (11)  $\cos \psi$  – (10)  $\sin \psi$ , on trouve

$$r \frac{d\psi}{d\theta} = b (\cos \theta \cos \psi + \sin \theta \sin \psi)$$

d’où finalement

$$\frac{d\psi}{d\theta} = \frac{b \cos(\theta - \psi)}{r} = \frac{HM}{\Omega M} = 1 - \frac{a \cos \psi}{r} = \frac{1}{2\pi \eta} \frac{d\psi}{d\sigma}$$

qui croît donc de 1 à  $1 + \frac{a}{b-a} = \frac{b}{b-a}$  quand  $\psi$  varie de  $\pi/2$  à  $\pi$ .

On voit donc que  $|d\psi/d\sigma|$  passe par un pic étroit, en fonction de  $\sigma$ , quand  $M$  est proche de  $\Omega$  – ce qui nécessite  $I_{\sigma a}$  proche de  $I_{\sigma b}$ .

D’après la relation (9),  $\frac{\psi}{2\pi}$  est égal à la fraction d’interfrange du décalage, dans le

sens de  $Ox$ , des franges claires de la figure par rapport aux franges claires que donnerait le point  $O_a$  tout seul pour le nombre d'ondes  $\sigma$  ; comme celles-ci ne sont pas visibles dans l'expérience présente, on va s'intéresser plutôt aux variations de  $\psi$  qui sont remarquables. Si  $I_{\sigma_a}$  est petit devant  $I_{\sigma_b}$ ,  $HM/\Omega M \cong 1$  donc  $d\psi/d\sigma$  est quasi constant et ce décalage est difficile à percevoir visuellement (la figure est quasiment celle que donnerait le point  $O_b$  tout seul), mais il doit être décelable avec une bonne analyse photométrique quantitative. Par contre, si sur tout le domaine visible  $I_{\sigma_a}$  est proche de  $I_{\sigma_b}$  (ce qui est le cas des deux composantes de Capella A, vu leurs caractéristiques indiquées au sous-paragraphe 1.4.), une petite variation de  $\sigma$ , telle que  $\theta := 2\pi \sigma \eta$  varie (cf.

figure 3) seulement de  $\pi - \arcsin \frac{\Omega M_1}{AM_1} = \pi - \arccos \frac{I_{\sigma_a}}{I_{\sigma_b}}$  à  $\pi$  puis à

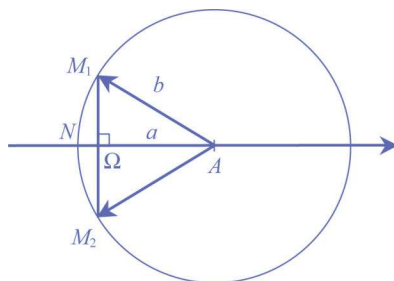
$$\pi + \arcsin \frac{\Omega M_2}{AM_2} = \pi + \arccos \frac{I_{\sigma_a}}{I_{\sigma_b}}$$

(modulo  $2\pi$ ), fera passer le point  $M$  de  $M_1$  à  $N$  puis à  $M_2$ , correspondant à des figures

de contraste faible variant brusquement de  $\frac{\Omega M_1}{b+a} = \frac{\sqrt{I_{\sigma_b}^2 - I_{\sigma_a}^2}}{I_{\sigma_b} + I_{\sigma_a}} = \sqrt{\frac{I_{\sigma_b} - I_{\sigma_a}}{I_{\sigma_b} + I_{\sigma_a}}}$  à

$\frac{I_{\sigma_b} - I_{\sigma_a}}{I_{\sigma_b} + I_{\sigma_a}}$  puis de nouveau  $\sqrt{\frac{I_{\sigma_b} - I_{\sigma_a}}{I_{\sigma_b} + I_{\sigma_a}}}$  (cf. figure 3) entre lesquelles  $\psi$  varie brutale-

ment de  $\pi$ , ce qui signifie qu'il s'est produit une inversion de contraste ; la brutalité de cette inversion la rend bien visible, ainsi que le décalage des franges associé. Plus généralement, quand  $\psi$  varie de  $\pi$  (modulo  $2\pi$ ), d'après la propriété géométrique fondamentale de la puissance du point  $\Omega$  par rapport au cercle de la figure 2,  $|\Gamma_\sigma|$  est changé en  $\frac{I_{\sigma_b}^2 - I_{\sigma_a}^2}{|\Gamma_\sigma|}$ .



**Figure 3 :** Discussion du cas où  $M$  est proche de  $\Omega$  ;

noter que  $\Omega M_1 = \Omega M_2 = \sqrt{b^2 - a^2}$ .

En fonction de  $\sigma$ , l'obtention d'un maximum de  $|d\psi/d\sigma|$  coïncide donc avec celle

d'un minimum de contraste (*i.e.*  $M$  en  $N$ ), et se produit lorsque  $\sigma \eta$  est demi-entier, ce qui équivaut à

$$\alpha = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda(d+D)}{2D\Delta} \quad \text{où } m \in \mathbb{Z} \quad (12)$$

*i.e.*  $\frac{D\Delta}{d} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda(d+D)}{2\alpha d}$  : les franges produites par les deux trous sont décalées

de  $\frac{D\Delta}{d}$  qui vaut un nombre demi-entier d'interfranges  $\frac{\lambda(d+D)}{2\alpha d}$ . On voit grâce à la relation (12) que si, toutes choses égales par ailleurs,  $D$  varie de  $d$  à l'infini, chacune des valeurs de  $\alpha$  donnant un minimum de contraste ne diminue plus que d'un facteur 2 – alors qu'il aurait fallu  $\alpha$  très grand si  $D$  était petit devant  $d$ , *i.e.* si on observait les franges quasiment sur le coin (car c'est leur lieu de localisation dans le cas où la source est assez étendue). Dans la pratique, il importe donc que  $D$  soit supérieur à  $d$  typiquement, mais sans exagération (car si  $D$  devient trop grand l'intensité devient trop faible et le montage trop encombrant) – d'où la position du plan d'observation, qui est celui de la fente ( $F$ ) visible sur la figure 1 à droite, après la sortie de l'interféromètre de MICHELSON.

### 3. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Dans cette partie, nous montrons les résultats intermédiaires dans l'ordre qui permet de régler progressivement le montage pour arriver à un résultat final notable. Et nous analysons pas à pas les phénomènes observés.

#### 3.1. Préliminaires, avec un trou source

Nous avons d'abord réglé l'interféromètre de MICHELSON en coin d'air, produisant des franges horizontales et colorées aux teintes de NEWTON avec une source étendue de lumière blanche ; à ce premier stade, les interférences sont localisées sur le coin d'air équivalent, et leur figure mérite l'appellation de « franges d'égalé épaisseur ».

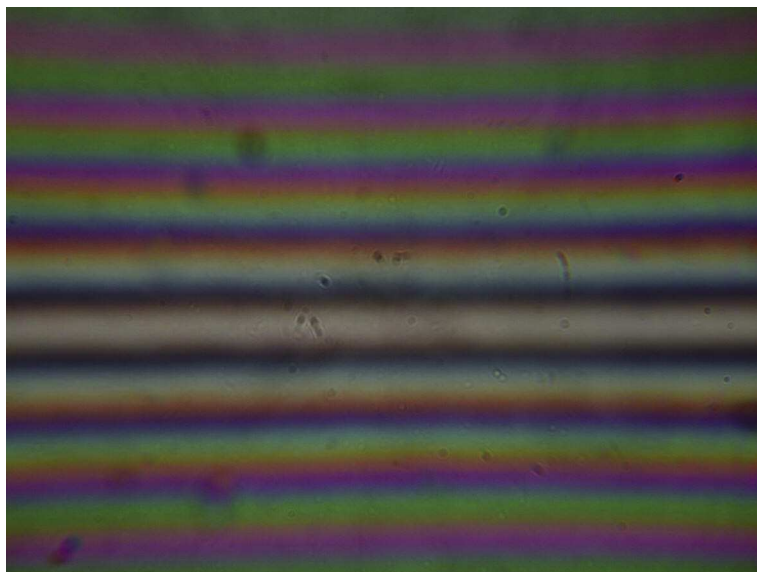
Ensuite nous avons éclairé l'interféromètre par un trou de diamètre de l'ordre de 0,5 mm, percé dans du clinquant recevant l'image de notre source – le filament d'une lampe quartz-iode. Alors les franges sont devenues non localisées, et nous avons réglé leur interfrange à une valeur assez grande pour avoir, dans le plan où nous mettrons ( $F$ ) – qui n'est pas conjugué du coin – et donc malgré le diamètre du trou, un bon contraste (comme en témoigne la figure 4a, page ci-contre, présentant deux franges qui paraissent noires) ; dans cette situation le trou peut être considéré comme quasi ponctuel.

Puis nous avons positionné la fente d'entrée ( $F$ ), suivie de la lentille et du prisme à vision directe qui en forment des images virtuelles que nous observerons (*cf.* figure 4b, page 540) selon la technique propre aux images aériennes – déjà indiquée à la fin du sous-paragraphe 2.1. L'ensemble des images obtenues avec toutes les composantes spec-

trales observables constituent un spectre global, où se dessinent des franges (appelées cannelures) en éventail – cf. la légende de la figure 4b, page ci-après.

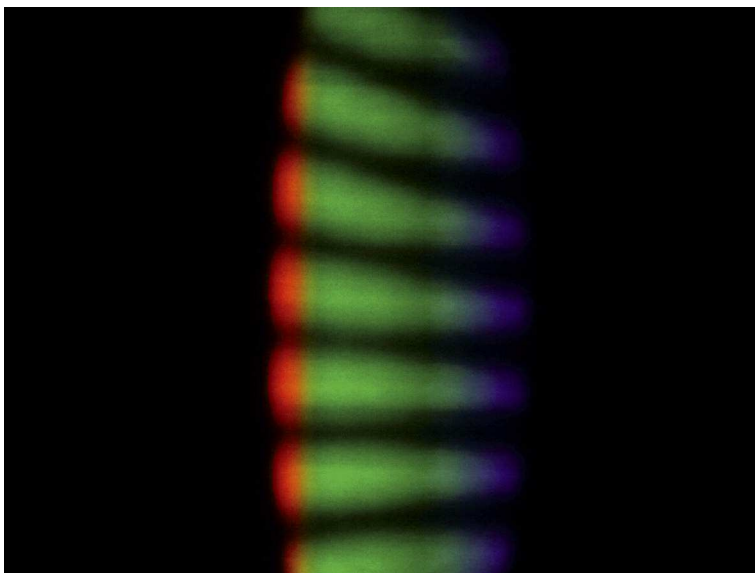
### Remarques

- ◆ Si la distribution de luminance du trou sur l'image de la source primaire est centrosymétrique, sa transformée de FOURIER est réelle, donc les franges claires et sombres observées, en lumière quasimonochromatique sans le prisme, sont globalement aux mêmes places que celles que donnerait une source ponctuelle placée au centre de symétrie du trou. L'extension d'un tel trou, si elle était assez grande, pourrait changer notablement le contraste des franges ou intervertir les franges claires et sombres, mais pas changer l'ensemble de leurs positions.
- ◆ Si la source utilisée émet une lumière blanche, mais que dans le champ d'interférences l'ordre d'interférences  $p$  y est partout supérieur à 5 en valeur absolue, on n'y verra guère que du blanc d'ordre supérieur – au lieu des franges montrées par la figure 4a. Cependant il y aura des cannelures, mais d'autant plus serrées et inclinées par rapport à l'horizontale que  $|p|$  est grand (cf. figure 4b, où  $|p|$  est maximum sur le bord supérieur) ; si  $|p|$  est trop grand ces cannelures seront indiscernables, voire même non résolues par le spectroscopie. Pour les expériences menées avec I2T, l'observation au spectroscopie permet encore de voir des cannelures avec  $|p| \sim 10^2$  ; comme l'avait déjà noté MICHELSON en 1920, ce fait facilite grandement la recherche des franges d'interférences.



**Figure 4a** : Franges non localisées (et aux couleurs des teintes de NEWTON) observées dans le plan où on mettra ( $F$ ).





**Figure 4b :** Spectre global cannelé – chaque ligne horizontale étant le spectre du point de  $(F)$  correspondant à cette ligne ; on peut dire aussi que chaque ligne verticale est la figure d’interférences qu’on observerait sur l’image de  $(F)$  à la longueur d’onde correspondant à cette verticale. L’ensemble forme des cannelures en éventail, car de gauche à droite, la longueur d’onde diminue du rouge au bleu ; il est donc normal de voir les cannelures se resserrer de gauche à droite. La cannelure horizontale correspond à la frange d’ordre zéro (qui ne peut exister *a priori* que si l’interféromètre de MICHELSON est non dispersif, *i.e.* si sa lame compensatrice est bien parallèle à sa lame séparatrice) ; nous avons réglé l’interféromètre de façon à placer cette cannelure d’ordre zéro dans le champ.

*N.B.* : la brutalité de la variation des couleurs résulte d’un effet photographique.

**Figure 4 :** Visualisation des interférences produites dans le plan de  $(F)$  avec un trou source.

- ◆ En interférométrie stellaire à large spectre, en omettant la turbulence atmosphérique pour toute cette remarque, si on ne compensait pas (*cf.* note 16) les effets de la dispersion de l’air, il serait souvent impossible de voir des franges d’interférences. En effet, pour une source céleste ponctuelle fixée, le spectre de la lumière arrivant sur le champ d’interférences aurait souvent beaucoup de cannelures : on aurait une expression de la différence de marche du type  $\delta(x, \lambda) \cong \beta x + \delta(0, \lambda)$ , où  $\beta$  est le petit angle entre les deux rayons médians des deux faisceaux convergeant (d’après les lois de l’optique de GAUSS) au même point image final pour les deux voies ; et pour une étoile à une distance zénithale de l’ordre de  $45^\circ$  on a (comme dans la note 16)  $\delta_h \sim 10$  m, donc le nombre de valeurs entières prises par l’ordre d’interférences  $p(x, \lambda) := \delta(x, \lambda) / \lambda$  du rouge au violet en un point d’abscisse  $x$  fixée serait au moins plusieurs dizaines, quel que soit  $x$ . Pour une étoile relativement proche du zénith ce nombre pourrait être

bien réduit, et alors on verrait des franges d'interférences colorées, mais avec des couleurs nettement différentes des teintes de NEWTON (celles-ci étant obtenues sur la figure 4a). De plus, comme une cannelure donnée est caractérisée par une valeur fixée  $n$  (entière ou demi-entière) de l'ordre d'interférences, la forme des cannelures changerait par rapport à la figure 4b (où l'axe des abscisses est vertical), et certaines d'entre elles pourraient présenter un point  $H$  (d'abscisse  $x_H$ ) à tangente horizontale pour la longueur d'onde  $\lambda_H$ ; si la courbe d'étalonnage du montage spectroscopique utilisé pour montrer ces cannelures ne présente pas de singularité, sur la cannelure d'ordre  $n$  le point  $H$  est caractérisé par  $\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)_p(\lambda_H, n) = 0$  (27).

### 3.2. Montage avec une paire de trous source

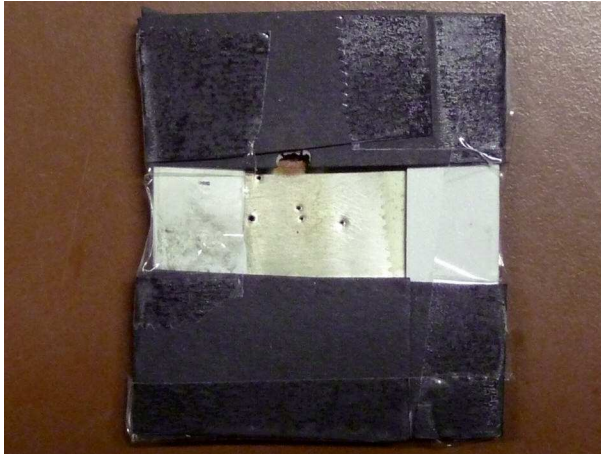
On remplace maintenant le trou source unique par une paire de trous, de diamètres légèrement différents (cf. figure 5, page ci-après) et dont les centres sont mis sur une même verticale. Chaque trou a un diamètre du même ordre de grandeur que le trou unique de l'étape précédente, de façon que chacun d'eux puisse encore être considéré comme quasi ponctuel, tout en donnant à la figure d'interférences une intensité du même ordre que précédemment.

Avec un interfrange encore assez grand comme dans l'étape précédente, le décalage vertical entre les deux systèmes de franges produits par les deux trous est petit devant l'interfrange, donc la figure d'interférences reste assez contrastée (cf. figure 6, page ci-après); cependant, une légère baisse globale de contraste par rapport à la figure 4a est déjà sensible: les deux franges bien sombres (bordant la frange blanche centrale) de la figure 6 sont moins noires que celles de la figure 4a.

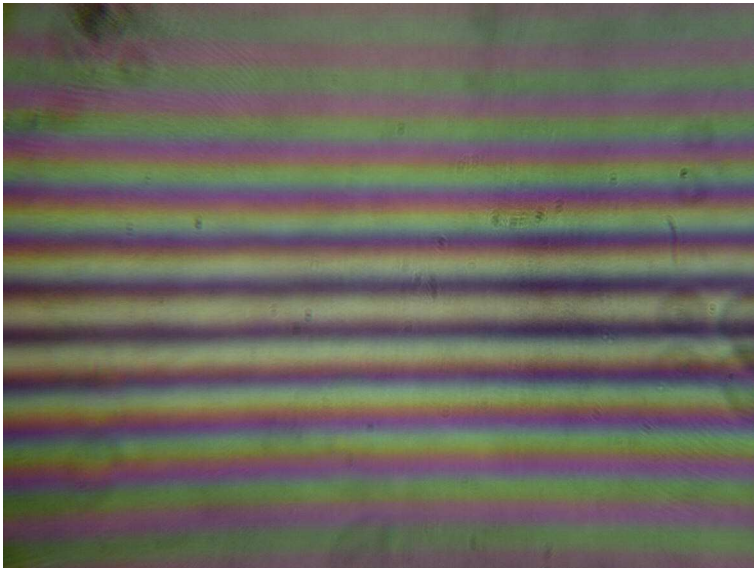
L'étape suivante consiste à augmenter l'angle du coin d'air, pour diminuer l'interfrange jusqu'à ce que celui-ci, pour le vert (correspondant au maximum de sensibilité de l'œil), soit seulement le double du décalage entre les deux systèmes de franges vertes dus aux deux trous; alors on doit avoir un minimum de contraste dans le vert. On cherche à s'approcher de cette situation en ôtant provisoirement ( $F$ ) et le prisme, et en mettant l'œil à sa place adéquate derrière la lentille suivant la technique d'observation d'une image aérienne (la pupille d'entrée de l'œil devant contenir ici l'image finale de la paire de trous), de façon à d'abord voir une image virtuelle des franges dessinées en coupe dans le plan où était ( $F$ ), puis à estimer quand l'angle du coin (que l'on accroît progressivement) donne à cette figure un premier minimum de contraste dans le vert. Pour cette situation de premier

(27) Remarquons que  $\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_\lambda$  reste fini (quasiment égal à  $\beta/\lambda$ ); donc la relation  $\left(\frac{\partial p}{\partial \lambda}\right)_x = -\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_\lambda \times \left(\frac{\partial x}{\partial \lambda}\right)_p$

entre les dérivées de fonctions implicites montre que, si  $H$  est à la longueur d'onde  $\lambda_M \cong 555$  nm du maximum de sensibilité photopique de l'œil, alors  $\left(\frac{\partial p}{\partial \lambda}\right)_x(\lambda_M, x_H) = 0$ : c'est le critère classique de frange achromatique à l'abscisse  $x_H$ .



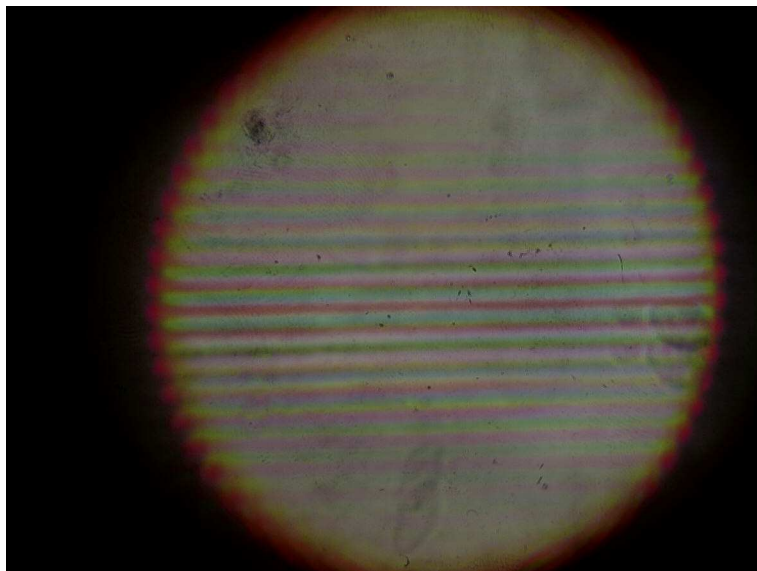
**Figure 5 :** Source secondaire constituée d'un morceau de clinquant percé de plusieurs trous, et logé dans un cadre de diapositive habillé de papier noir pour éviter les fuites de lumière. Une fois cette diapositive installée devant l'interféromètre et éclairée, l'image du filament qui se forme sur celle-là ne doit couvrir que la paire de trous centrale (dont on voit que le trou supérieur est légèrement plus grand que le trou inférieur). Les centres de ces deux trous étaient placés sur une même verticale. On voit qu'ici un matériel très ordinaire suffit !



**Figure 6 :** Franges non localisées obtenues en éclairant l'interféromètre par une paire de trous. Noter que le contraste est un peu moins bon que celui de la figure 4a – mais ne pas comparer les interfranges apparents, car les focales du zoom utilisé pour ces deux photographies sont différentes.

minimum, les trous peuvent encore être considérés comme quasi ponctuels (*cf.* sous-paragraphes 1.4.), car avec un point source  $S$  son déplacement sur tout diamètre d'un trou entraîne un décalage des franges (dus à  $S$ ) encore négligeable devant l'interfrange – celui-ci n'étant pas déjà trop petit, au stade actuel du premier minimum de contraste.

Cette estimation du minimum de contraste dans le vert est très approximative, à cause des effets polychromatiques<sup>(28)</sup> – *cf.* figure 7 – dus aux autres composantes spectrales du visible ( $C_o$  n'étant alors minimal pour aucune d'elles). Noter qu'à ce stade les couleurs sont plus délavées et leur séquence diffère nettement de celle des teintes de NEWTON (par exemple, il n'y a plus de frange blanche centrale) ; de plus, leur perception varie aussi avec la durée de fixité du regard, à cause d'effets neurophysiologiques comme le phénomène de TROXLER !

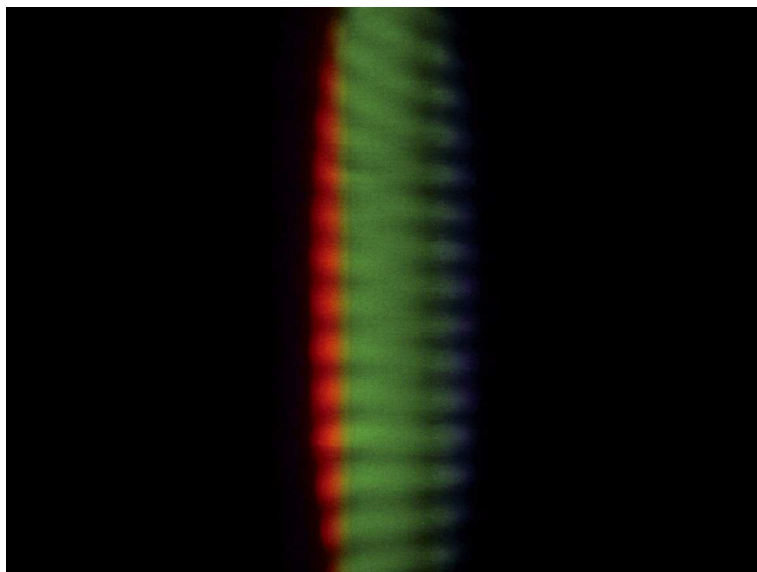


**Figure 7 :** Aspect de la figure d'interférences lorsque le contraste dans le vert est proche de son premier minimum.

Puis on remet en place ( $F$ ) et le prisme, de façon à voir le spectre global ; il devrait présenter des cannelures dont le contraste accuse une nette perte dans le vert – ou au moins dans une des bandes spectrales du visible, si l'étape précédente n'est pas trop ratée. Le réglage final consiste à ajuster l'angle du coin d'air de façon à placer cette bande effectivement dans le vert, où l'œil est le plus sensible en vision photopique – les couleurs

(28) Avec un filtre vert ces effets polychromatiques sont réduits, mais aussi l'intensité de la figure d'interférences – et la perception des petits contrastes est moins bonne à faible intensité (vision mésopique, voire scotopique). Comme l'interféromètre n'est éclairé qu'au travers de deux petits trous, il vaut mieux éviter d'ajouter des éléments qui réduisent l'intensité lumineuse.

étant perçues (cf. figure 8).



**Figure 8 :** Spectre global des franges de ( $F$ ), dessinant des cannelures en éventail qui présentent un net minimum de contraste et un décalage d'une demi-cannelure dans le vert. Le prolongement de chaque cannelure sombre dans le rouge est une cannelure claire dans le bleu, et réciproquement : en termes de franges, cela correspond à une inversion de contraste.

*N.B. :* cette image et celle de la figure 4b sont disponibles dans leur version originale en pièces jointes à l'article BupDoc. Le rendu des couleurs y est beaucoup plus fidèle.

### Analyse des résultats

Observons la figure 8. Du premier coup d'œil on reconnaît des cannelures en éventail ressemblant à celles de la figure 4b, mais avec une nette perte de contraste dans le vert : cela correspond au passage par le contraste minimal  $\frac{I_{\sigma b} - I_{\sigma a}}{I_{\sigma b} + I_{\sigma a}}$ . De part et d'autre de la bande verte, les cannelures claires d'un côté sont dans le prolongement des cannelures sombres de l'autre côté, et vice versa – ce qui correspond, en termes de franges, à une inversion de contraste.

Suivons attentivement de gauche à droite (donc dans le sens de  $\sigma$  croissant) la première cannelure sombre entièrement visible tout en bas de la figure : dans le rouge elle monte, dans le vert elle monte *moins vite*, puis dans le bleu elle semble monter à peu près comme dans le rouge. Analysons de même la deuxième cannelure sombre : dans le rouge elle monte, dans le vert elle semble horizontale, dans le bleu elle monte de nouveau. Quant à la troisième, dans le rouge elle monte, dans le vert elle descend, dans le bleu elle remonte ; ce comportement est partagé aussi par la quatrième et la cinquième. Pour les cannelures

suivantes proches du milieu de la figure, à cause de problèmes expérimentaux probablement il est plus difficile de les suivre précisément du rouge au bleu, la perte de contraste dans le vert étant alors assez gênante : elle est forte en effet, puisque les diamètres de nos deux trous sont peu différents. Mais suivre les cannelures redevient possible pour les trois sombres du haut de la figure : on les voit nettement *descendre* dans le rouge puis dans le vert, et enfin dans le bleu mais *avec une pente subitement plus faible*. Toutes ces observations montrent nettement que pour l'ensemble des cannelures, dans leur distorsion progressive (et beaucoup plus rapide dans le vert) que l'on observe ici entre le rouge et le bleu, le décalage est d'une demi-cannelure *vers le bas* du rouge au bleu.

Sur les figures 6 et 7 (prises sans changer l'orientation de l'appareil photo) l'axe  $Ox$  est vertical. Supposons qu'il soit orienté vers le haut (resp. bas) : alors, vu l'analyse précédente, on déduit que, pour cette figure,  $\psi(\sigma)$  est décroissante (resp. croissante) ; donc  $\Delta$  est négatif (resp. positif). De toute façon, on trouve que par rapport à l'orientation des figures 6-8, le trou le plus lumineux est *au-dessus* de l'autre.

Nous avons vérifié expérimentalement que si on tourne de  $180^\circ$  dans son plan la diapositive portant la paire de trous, le sens du décalage des cannelures décrit ci-dessus se renverse aussi.

## CONCLUSION

La méthode que nous venons de décrire a servi surtout dans la fin des années 1970 lors de plusieurs études avec le premier interféromètre stellaire à deux télescopes (montage différent de ceux de FIZEAU et STEPHAN, puis d'ANDERSON, et de MICHELSON et PEASE) ; en 1977-78, puis en 1988-92 [19], elle a permis d'affiner la connaissance de l'orbite relative apparente de Capella Ab par rapport à Capella Aa.

En ce qui concerne notre idée de transposition didactique avec un interféromètre de MICHELSON, inédite à notre connaissance, nous avons vérifié qu'elle donne des résultats satisfaisants et qualitativement conformes aux prédictions théoriques. Mais nous n'avons certes pas épuisé toutes les variantes expérimentales possibles. On pourrait chercher à voir plusieurs minima de contraste entre le violet et le rouge, puis à observer expérimentalement l'influence de la taille des trous source, du rapport  $I_{\sigma_a}/I_{\sigma_b}$ , d'une différence notable de couleur entre les lumières issues de chaque trou, etc.

Notre expérience était faite avec des trous quasi ponctuels et quasi identiques, donnant (comme avec Capella A)  $I_{\sigma_a}/I_{\sigma_b}$  proche de 1, ce qui assure un décalage des cannelures assez brutal dans une zone à faible contraste (moins de 0,15 dans le cas de Capella) ; le caractère brutal est spectaculaire et permet de repérer facilement l'existence d'une étoile double, mais surtout de déterminer quelle est sa composante la plus lumineuse – quoique quand les éclats apparents sont trop voisins, la faiblesse du contraste s'avère gênante (comme on l'a vu à partir de la figure 8), et avec Capella il fallait des nuits peu turbulentes pour que ce phénomène soit visible – ne serait-ce que dans la bande spec-

trale visuellement optimale [500 nm, 650 nm]. Cependant, durant plusieurs nuits de novembre 1978, les conditions d'observation ont été suffisamment bonnes pour que les effets de phase liés à la structure binaire de la source soient nettement visibles. Cela permit d'en déduire qu'au moment des observations, la composante plus faible sur [500 nm, 650 nm] (Capella Aa) se trouvait au nord de la composante plus brillante sur cette même bande (Capella Ab) – et de lever, par continuité sur tout l'intervalle de temps (du 22 septembre 1978 au 6 décembre 1978)<sup>(29)</sup> d'une campagne de mesure de positions relatives de Capella Aa et Ab par interférométrie, l'indétermination de 180° sur la mesure interférométrique de l'angle de position apparente.

Avec  $I_{\sigma_a}/I_{\sigma_b}$  fort différent de 1, il faut s'attendre à des minima de contraste moins bas, mais aussi à un décalage des cannelures plus progressif et donc plus difficile à repérer visuellement (ainsi que son sens) d'autant plus que les cannelures qui se dessinent dans le spectre global sont naturellement en éventail ; cependant une bonne analyse photométrique quantitative doit permettre de trouver la fonction  $I_{\sigma_a}/I_{\sigma_b}$  qui s'ajuste le mieux aux cannelures observées.

Donc la richesse pédagogique de cette transposition didactique nous semble importante, même si en astronomie la méthode correspondante est maintenant dépassée, car elle a été abandonnée au profit d'une technique plus sûre (avec des interféromètres stellaires à trois ouvertures, ou plus comme le VLTI<sup>(30)</sup>) ne nécessitant pas de risquer des hypothèses concernant les variations de  $I_{\sigma_b}/I_{\sigma_a}$  avec  $\sigma$ , et car un projet d'avenir poussé actuellement par LABEYRIE est l'hypertélescope – *i.e.* un interféromètre géant et particulier, formé d'une constellation de télescopes terrestres, voire spatiaux et dont l'écartement pourrait alors atteindre les 100 000 km...

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Laurent KOEHLIN pour son intérêt envers cette transposition didactique des mesures astronomiques qu'il a effectuées jadis sur Capella A, et pour sa relecture – ainsi que Pierre CHAVEL.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] BELY P. Y., ed., *The Design and Construction of Large Optical Telescopes*. New York : Springer, 2003.
- [2] ANDERSON J. A. "Application of Michelson's interferometer method to the measurement of close double stars". *Astrophys. J.*, 1920, **51**, p. 263-275.
- [3] DETTWILLER L. *Les instruments d'optique – Étude théorique, expérimentale et pratique*, 2<sup>e</sup> édition. Paris : Ellipses, 2002, chap. 2-3.

(29) *i.e.* sur les trois quarts de la période orbitale de Capella A qui vaut 104,02 jours.

(30) formé d'au moins quatre télescopes de 8,2 m de diamètre chacun, et distants d'une centaine de mètres.

- [4] CHANDRASEKHAR S. *Radiative transfer*. New York : Dover, 1960.
- [5] BORN M. and WOLF E. *Principles of optics – Electromagnetic theory of propagation interference and diffraction of light*. Oxford : Pergamon, 1980, p. 508-512.
- [6] PÉREZ J.-P. *Optique géométrique et ondulatoire – avec 200 exercices et problèmes résolus*, 4<sup>e</sup> édition. Paris : Masson, 1994, p. 262.
- [7] KLEIN M. V. *Optics*. New York : Wiley, 1970, chap. 6.3.
- [8] LÉNA P. *Astrophysique – Méthodes physiques de l'observation*, 2e édition. Paris : InterÉditions / CNRS Éditions, 1996, p. 136-165.
- [9] KOECHLIN L. and PÉREZ J.-P. “A limit in Field-resolution ratio for interferometric arrays”. *Proc. SPIE*, 2003, **4838**, p. 411-415.
- [10] KOECHLIN L. communication privée.
- [11] KOECHLIN L., BONNEAU D. et VAKILI F. « Détection d'un effet de phase à l'interfère-mètre du CERGA, application au mouvement orbital de Capella ». *Astron. Astro-phys.*, 1979, **80**, L13-L14.
- [12] BONNEAU D. « Expérience acquise en interférométrie optique à deux télescopes ». *J. Optics* (Paris), 1979, **10**, p. 311-316.
- [13] BLAZIT A., BONNEAU D., JOSSE M., KOECHLIN L., LABEYRIE A. and ONÉTO J. L. “The angular diameters of Capella A and B from two-telescope interferometry”. *Astro-phys. J.*, 1977, **217**, L55-L57.
- [14] GRIFFIN R. and GRIFFIN R. “The identity of the primary component of Capella”. *J. Astrophys. Astr.*, 1986, **7**, p. 45-51.
- [15] BAGNUOLO JR. W. J. and SOWELL J. R. “Binary star speckle photometry. I. The colors and spectral types of the Capella stars”. *Astron. J.*, 1988, **96**, p. 1056-1060.
- [16] SCHATZMAN E. et PRADERIE F. *Astrophysique – Les Étoiles*. Paris : InterÉditions / CNRS, 1990.
- [17] DETTWILLER L. « Propagation de la lumière, dispersion et absorption », in MEYZONNETTE J.-L. éd., *Optique géométrique et propagation*, Paris : Hermès Lavoisier, 2003, p. 81.
- [18] LACASSE M. G. and TRAUB W. A. “Glass compensation for an air filled delay line”, in MERKLE F. éd., *High-Resolution Imaging by Interferometry*, European Southern Observatory (Garching bei München, RFA), 1988, p. 959-970.
- [19] HUMMEL C. A., ARMSTRONG J. T., QUIRRENBACH A., BUSCHER D. F., MORKUZEVICH D. and ELIAS II N. M. “Very high precision orbit of Capella by long baseline interferometry”. *Astron. J.*, 1994, **107**, p. 1859-1867.



Luc DETTWILLER  
 Professeur en PC\*  
 Lycée Blaise Pascal  
 Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme)