



**HAL**  
open science

**THÉORIE ET ANALYSE NUMÉRIQUE DE  
QUELQUES PROCESSUS DE DIFFRACTION  
MULTIPLE IV - Propriétés des coronographes à  
occultation interne**

Luc Dettwiller

► **To cite this version:**

Luc Dettwiller. THÉORIE ET ANALYSE NUMÉRIQUE DE QUELQUES PROCESSUS DE DIFFRACTION MULTIPLE IV - Propriétés des coronographes à occultation interne. Doctorat. 2013. sfo-00785814

**HAL Id: sfo-00785814**

**<https://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/sfo-00785814>**

Submitted on 7 Feb 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Théorie et analyse numérique de quelques processus de diffraction multiple

par **Luc DETTWILLER**

Lycée Blaise Pascal - 63037 Clermont-Ferrand Cedex

luc.dettwiller@ac-clermont.fr

## IV - Propriétés des coronographes à occultation interne

### RÉSUMÉ

*Dans un coronographe à occultation interne, un disque occulteur DO placé dans le plan focal image de l'objectif O1 cache l'image du disque solaire (DS) formée par lui ; et une lentille collectrice O2 placée juste après DO forme sur le diaphragme de Lyot DL l'image du diaphragme D1 de O1, de façon à bloquer la lumière diffractée par D1. Pour la lumière issue d'un point source B du soleil (B appartenant au champ de pleine lumière du coronographe), comment décrire précisément et de manière cohérente, dans une théorie complètement ondulatoire, les effets des interactions avec D1, DO et DL ? Concernant la distribution d'intensité lumineuse sur DL (ce qui permet de quantifier l'efficacité de DL chargé de bloquer la lumière parasite diffractée), il s'agit évidemment d'un problème de diffraction multiple par D1 suivi de DO ; son étude montre que, malheureusement, sur DL la lumière s'étend assez largement de part et d'autre de l'image du bord de D1. En ce qui concerne la distribution d'intensité dans la tache image finale de B (formée par O1 suivi de O2 puis de l'optique située après DL), il s'agit d'un problème de diffraction multiple par D1 suivi de DL (simplifié par le fait qu'ils sont conjugués) et assortie d'un simple blocage par DO ; l'étude montre que, contrairement à une idée répandue, le blocage par DL ne réalise pas une apodisation de la tache image, mais ramène ses pieds de diffraction à une intensité relative tolérable, quoique supérieure aux valeurs usuelles – alors que sinon, pour B de (DS) très proche du limbe solaire, l'effet de D1 suivi de DO puis DL donnerait à ces pieds une intensité très gênante qui voilerait fortement l'image de la couronne solaire.*

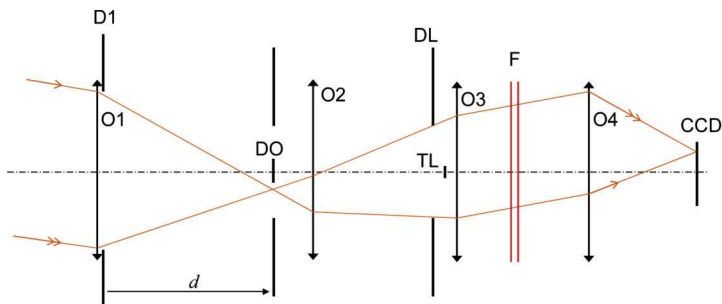
### INTRODUCTION

Dans les trois premiers articles de cette série [1-3], nous avons développé un formalisme permettant d'analyser plusieurs situations expérimentales de ce que nous appelons le processus de « diffraction multiple ». Dans ce dernier article, nous allons appliquer

notre méthode à l'étude d'un instrument où ce processus est utilisé à dessein : le coronographe à occultation interne.

Un coronographe est un système optique destiné à l'observation d'un objet (par exemple la couronne solaire, ou une exoplanète) au voisinage immédiat d'un autre beaucoup plus lumineux (le disque solaire, ou l'étoile autour de laquelle orbite la planète). Pour cet instrument, il s'agit non seulement d'occulter l'image de ce second objet (pour ne pas dépasser la dynamique du récepteur), mais aussi de bloquer la lumière parasite envoyée par lui et qui pourrait (par diffraction, ou par réflexions partielles, etc.) contourner l'occulteur puis voiler l'image du premier objet [4].

Un élément clé des coronographes solaires est le diaphragme de LYOT DL (cf. figure 1) : pour ceux à occultation interne il se place dans un plan conjugué, par une lentille collectrice O2, du premier bord diffractant – qui est celui du diaphragme D1 de la première lentille. Le but de DL est de diminuer, dans l'image de la basse couronne solaire, la lumière parasite qui proviendrait du disque solaire (DS) – de luminance un million de fois plus grande – et qui contournerait le disque occulteur DO grâce à la diffraction par D1 ; de ce fait, DL (et non plus D1) est le diaphragme d'ouverture, ayant alors l'immense avantage de se situer derrière DO, donc de ne plus recevoir de lumière directe de (DS) – et donc de ne plus diffracter celle-ci. Dans la présentation originelle donnée par LYOT en 1932 ([5], p. 77), le principe de l'action de DL est heuristique : il considère que la lumière diffractée par D1 ne vient que de son bord, donc qu'on peut la bloquer en l'interceptant au niveau de l'image de celui-ci formée par O2 sur DL – voir [6], p. 222-231 pour un historique détaillé des débuts de la coronographie. La suite de l'instrument est classique : placé derrière DL, un système (à deux groupes O3 et O4 – cf. figure 1 – dans le cas des nouveaux coronographes C1 et C2 du Pic du Midi [4]) forme l'image, sur le récepteur CCD, de l'image intermédiaire de la couronne formée par (O1, O2).



**Figure 1** : Marche d'un faisceau lumineux, provenant d'un point de la couronne solaire, dans un coronographe à occultation interne (CLIMSO au Pic du Midi).

Sur l'image réelle du disque solaire (DS) fournie par O1 à l'intérieur du coronographe, l'occulteur DO bloque la lumière directe du disque. Juste derrière DO, la lentille

collectrice O2 forme une image réelle du premier diaphragme D1, afin de pouvoir placer sur celle-ci le diaphragme de LYOT DL. Peu après, la tache de LYOT TL absorbe la lumière de la petite image parasite réelle de (DS), produite avec un aller-retour de la lumière dans O1 suivi d'une traversée de O2. Enfin, des doublets O3 et O4 forment l'image finale de la couronne solaire sur le récepteur CCD. Dans ce coronographe, DL est donc le diaphragme d'ouverture, affecté d'une petite obstruction centrale à cause de TL. Le filtre F permet, entre autres, d'atténuer la lumière du ciel qui masque la lumière coronale.

La distribution de lumière sur DL a été étudiée théoriquement [7] en utilisant la représentation de MAGGI-RUBINOWICZ pour la diffraction due à D1, puis le principe d'HUYGENS-FRESNEL pour la diffraction due à DO. Dans cet article, nous développons (comme dans [1-3]) une formulation unitaire basée entièrement sur le principe d'HUYGENS-FRESNEL, pour modéliser la distribution de lumière sur DL ainsi que sur le plan de l'image finale. Nous verrons que notre formalisme permet aussi de présenter une théorie cohérente de la réduction de lumière parasite de premier ordre – cf. [4], § 1 – due à la diffraction par D1. Cette réduction dépend de l'interaction de la lumière avec les obstacles D1, DO et DL. Il s'agit donc d'un processus de diffraction multiple, où le premier et le dernier obstacle diffractant sont dans des plans conjugués. L'analyse théorique de cet instrument par le principe d'HUYGENS-FRESNEL devrait permettre de répondre à des questions embarrassantes pour l'approche heuristique :

- ◆ la lumière diffractée par D1 n'étant pas parfaitement bloquée par DL à cause de la diffraction par DO d'une part et parce qu'elle ne vient pas que du bord de l'ouverture de D1 d'autre part, peut-on considérer – comme l'affirment certains auteurs ([6], p. 226, [8]) – que la tache lumineuse constituant l'image finale d'un point de (DS) est cependant très apodisée, *i.e.* présente des franges de diffraction très affaiblies grâce à la présence de DL ?
- ◆ dans l'affirmative, cette apodisation altère-t-elle comme d'habitude la résolution dans l'image de la couronne ? Le diamètre de la pupille d'entrée (qui est l'antécédent de DL) ne serait-il plus le seul paramètre géométrique qui détermine la résolution angulaire dans l'espace objet ?

L'étude de la tache image d'un point *B* du soleil nous renvoie à la configuration de FRAUNHOFER, dont nous avons décortiqué quelques exemples dans les deux premiers articles de cette série [1-3] sur la diffraction multiple ; mais notre problème actuel est plus compliqué parce qu'on envisage maintenant une interaction avec un obstacle supplémentaire. Nous viendrons à bout de cette difficulté en combinant les lois de la diffraction de FRAUNHOFER par un obstacle, à celles de la formation des images par filtrage spatial en éclairage cohérent (déjà utilisées dans [3]) ; comme ces lois sont reliées entre elles par des expressions similaires de la réponse percussionnelle cohérente, nous utiliserons en fait les formules ondulatoires de l'imagerie cohérente plusieurs fois de suite pour exprimer les amplitudes complexes dans des plans conjugués successifs.

Notre propos n'étant pas de calculer le taux de réjection d'un exemplaire précis de coronographe à occultation interne, mais seulement de montrer le principe d'une étude

ondulatoire de ce type d'instruments (et la compréhension qui en résulte), nous nous contenterons du modèle simplifié des articles précédents [1-3] (dont nous reprenons les notations courantes) où les diaphragmes sont unidimensionnels. Nous concentrerons notre analyse sur le processus de transmission-diffraction multiple par D1, DO et DL comme moyen de réduire la lumière parasite liée à la diffraction, donc nous omettrons l'effet des réflexions parasites (internes à O1), ainsi que celui de la tache de LYOT TL (qui intercepte l'essentiel de la lumière parasite due à ces réflexions) et des diaphragmes de O2, O3 et surtout O4 – car nous ne considérons que les points  $B$  situés dans le champ de pleine lumière (défini sans DO).

Dans un premier paragraphe, nous étudierons directement ce qui nous intéresse le plus : la tache de lumière finale due à un point de la couronne ou du disque solaire, qui dépend de la transmission (ou du blocage) de la lumière par DO et de la diffraction multiple par D1 et DL ; nous verrons que cette tache possède dans certains cas une structure surprenante. Nous présenterons alors, dans un second paragraphe, une étude complémentaire éclairant certaines propriétés de cette tache finale, en analysant la distribution de lumière produite sur DL ; cela nous permettra en outre d'isoler l'effet de la diffraction multiple par le sous-ensemble des obstacles constitué de D1 et DO seulement.

## 1. ÉTUDE DE LA TACHE DE LUMIÈRE FINALE DUE À UN POINT OBJET

Cette étude, qui fait intervenir la diffraction et/ou la transmission par trois obstacles, est menée dans l'approximation du champ donné<sup>(1)</sup> ; elle requiert donc la connaissance des coefficients de transmission (ou « transmittances »)  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\tau_3$  des obstacles successifs, et dans notre modèle simplifié d'obstacles unidimensionnels nous posons :

- ◆ pour D1, de largeur  $a$ ,  $\tau_1(x) = \text{rect}(x/a)$  ;
- ◆ pour DO, de largeur  $\phi$ ,  $\tau_2(X) = 1 - \text{rect}(X/\phi)$  – donc nous tiendrons automatiquement compte de l'interaction de la lumière avec le bord de l'occulteur auprès duquel passe un flux important de lumière utile, mais nous négligerons l'interaction avec le bord du diaphragme qui l'entoure (*cf.* figure 1, pages précédentes) et auprès duquel il passe un flux beaucoup plus faible ;
- ◆ pour DL, ramené à l'échelle de D1 – *i.e.* pour l'antécédent de DL, au sens de l'optique de GAUSS, sur D1 :  $\tau_3(x) = \text{rect}(x/b)$  – l'origine de toutes les abscisses étant prise sur l'axe de révolution  $Oz$  du système.

Dans ce paragraphe, nous étudions la tache image finale produite, mais pour un seul point objet  $B$  à l'infini dans une direction faisant un angle  $\theta_0$  avec  $Oz$  (représenté en trait

(1) (où on admet heuristiquement que l'amplitude complexe de l'onde émergeant d'un obstacle divisée par l'amplitude complexe de l'onde incidente, en un point  $M$  donné de l'obstacle, ne dépend pas de ces ondes mais uniquement d'une propriété de l'obstacle en  $M$  seulement – *i.e.* d'une caractéristique *locale* que l'on appelle *coefficient de transmission* de cet obstacle en  $M$ )

d'axe sur la figure 1). Nous calculons sa distribution d'intensité dans le plan de front de l'image finale, ramenée à l'échelle du plan de l'occulteur DO – i.e. pour l'antécédent du plan image final, au sens de l'optique de GAUSS, sur DO.

### 1.1. Mise en équations

Nommons  $d$  la distance algébrique de D1 à DO (cf. figure 1, pages précédentes). Juste après le plan de DO, l'amplitude complexe  $A_2(X)$  de la lumière due à B est donnée classiquement, dans les approximations de FRESNEL, par

$$A_2(X) \cong \mathcal{A}_0 \tau_2(X) \tilde{\tau}_1 \left( \frac{X - X_0}{\lambda d} \right) \exp \left( ik \frac{X^2}{2d} \right)$$

où  $X_0 := \theta_0 d$  est l'abscisse du point image de B d'après l'optique de GAUSS,  $\mathcal{A}_0$  une constante,  $\lambda$  la longueur d'onde dans le milieu ambiant (cf. [1]) et  $k := 2\pi/\lambda$ . Le facteur de phase sphérique  $\exp \left( ik \frac{X^2}{2d} \right)$ , ayant son centre à l'intersection de  $Oz$  et de D1, est exactement (compte tenu de O2 qui conjugue les plans de D1 et de DL) celui qui permet d'écrire la distribution d'intensité de la tache finale de lumière sans aucun facteur de phase sphérique (quand, comme annoncé, on néglige toute diffraction produite après DO par les obstacles autres que DL) [9-10] ; ramenée à l'échelle de DO, cette intensité vaut

$$I'_2(X) \cong I'_0 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_2(U) \tilde{\tau}_1 \left( \frac{U - X_0}{\lambda d} \right) \tilde{\tau}_3 \left( \frac{X - U}{\lambda d} \right) dU \right|^2$$

où  $I'_0$  est une constante. On voit donc que DO agit sur la distribution de  $I'_2$  uniquement par un phénomène de blocage de la lumière (si  $\tau_2 = 0$ ) ou bien de transmission (partielle si  $|\tau_2| < 1$ ), mais pas de diffraction.

### 1.2. Propriétés

- ◆ Si  $\tau_2$  est uniforme,  $I'_2(X) \cong |(\lambda d) \tau_2|^2 I'_0 \left| (\tilde{\tau}_1 \otimes \tilde{\tau}_3) \left( \frac{X - X_0}{\lambda d} \right) \right|^2$  où  $\otimes$  désigne un produit de convolution.

En utilisant le fait que la transformée de FOURIER d'un produit est le produit de convolution des transformées de FOURIER, on obtient

$$(\tilde{\tau}_1 \otimes \tilde{\tau}_3) \left( \frac{X - X_0}{\lambda d} \right) = \int_{-\infty}^{\infty} \tau_1(w) \tau_3(w) \exp \left( -i 2\pi \frac{X - X_0}{\lambda d} w \right) dw$$

Donc on retrouve le fait que *s'il n'y a pas d'occulteur, l'intensité dans la tache image de B dans le champ de pleine lumière est quasi semblable à celle due à la diffraction de FRAUNHOFER par un diaphragme unique, de transmittance équivalente  $\tau_1 \tau_3$*

**dans la pupille d'entrée ; le résultat est invariant par translation et peut donc être appelé « réponse percussionnelle (incohérente) ».** Dans ce cas, le plan de DL est toujours atteint par le faisceau de lumière prédit par l'optique géométrique et formant l'image finale de  $B$ . Alors quand ce faisceau ne rencontre pas le bord de DL, *i.e.* quand D1 est le diaphragme d'ouverture, l'effet de la diffraction par DL est négligeable ; à l'opposé, lorsque ce faisceau traversant DL ne rencontre pas les bords de D1, *i.e.* lorsque DL est le diaphragme d'ouverture, l'effet de la diffraction par D1 est négligeable. Dans le cas marginal où les ouvertures de D1 et DL sont conjuguées, la réponse percussionnelle est la même que s'il n'y avait que l'une des deux ouvertures D1 ou bien DL indifféremment. Dans le cas où l'image de l'ouverture D1 contient une partie du bord de DL parce que D1 ou DL est décentré, la réponse percussionnelle est la même que celle qui serait due à la partie conjuguée commune à ces deux ouvertures – donc des caractéristiques de toutes les deux interviennent. Enfin, **si l'image de l'ouverture D1 ne chevauche pas l'ouverture DL, la réponse percussionnelle est totalement éteinte (dans le cadre des approximations de notre étude) : aucune lumière n'arrive sur le plan de l'image finale de B même par diffraction – elle est bloquée, car les plans de D1 et DL sont conjugués.**

Remarque : Cette propriété se généralise naturellement au cas d'objets et d'images à deux dimensions dans des plans de front, et de  $N$  diaphragmes dans  $N$  plans successifs conjugués.

- ◆ Revenons au cas où  $\tau_2(x') = 1 - \text{rect}(x'/\phi)$  ; ainsi, comme justifié précédemment, nous négligeons l'effet de l'interaction avec le bord du diaphragme entourant DO. Alors, en utilisant le résultat que donnerait le cas où  $\tau_2$  serait uniformément égal à 1, on voit que

$$I'_2(X) \cong I'_0 \left| \left( \lambda d \right) \left( \tilde{\tau}_1 \otimes \tilde{\tau}_3 \right) \left( \frac{X - X_0}{\lambda d} \right) - \int_{-\phi/2}^{\phi/2} \tilde{\tau}_1 \left( \frac{U - X_0}{\lambda d} \right) \tilde{\tau}_3 \left( \frac{X - U}{\lambda d} \right) dU \right|^2$$

Or ici  $\tau_1(w) \tau_3(w) = \text{rect}(w/c)$  où  $c := \inf(a, b)$ , donc

$$\left( \tilde{\tau}_1 \otimes \tilde{\tau}_3 \right) \left( \frac{X - X_0}{\lambda d} \right) = c \text{sinc} \left( c \frac{X - X_0}{\lambda d} \right)$$

et finalement

$$I'_2(X) \cong I'_0 \left| \left( \lambda d \right) c \text{sinc} \left( c \frac{X - X_0}{\lambda d} \right) - \int_{-\phi/2}^{\phi/2} a \text{sinc} \left( a \frac{U - X_0}{\lambda d} \right) b \text{sinc} \left( b \frac{X - U}{\lambda d} \right) dU \right|^2 \quad (1).$$

## Discussion

- ◆ Si  $\lambda d/c \ll (\phi/2) - |X_0|$ , alors la largeur du pic principal de la fonction (de la variable  $U$ ) donnée par  $a \text{sinc} \left( a \frac{U - X_0}{\lambda d} \right)$  est bien inférieure à  $\phi$ , et ce pic se trouve nette-

ment à l'intérieur de l'intervalle  $[-\phi/2, \phi/2]$  ; de toute façon l'intégrale présente dans (1) est négligeable si  $|X - X_0| \gg \lambda d/c$ , et quel que soit  $X - X_0$  la première des deux conditions précédentes donne

$$\int_{-\phi/2}^{\phi/2} a \operatorname{sinc}\left(a \frac{U - X_0}{\lambda d}\right) b \operatorname{sinc}\left(b \frac{X - U}{\lambda d}\right) \frac{dU}{\lambda d} \cong (\tilde{\tau}_1 \otimes \tilde{\tau}_3) \left(\frac{X - X_0}{\lambda d}\right) = c \operatorname{sinc}\left(c \frac{X - X_0}{\lambda d}\right)$$

donc  $I'_2(X) \cong 0$  : c'est ce qui se passe lorsque l'occulteur bloque la lumière de la première tache image intermédiaire – à laquelle est associée la fonction  $a \operatorname{sinc}\left(a \frac{U - X_0}{\lambda d}\right)$ . Cependant, cette tache ayant en toute rigueur une extension infinie, cette lumière ne peut jamais être totalement bloquée par l'occulteur, donc il se forme quand même une tache de lumière sur le récepteur, et pour connaître sa structure il faut utiliser des techniques de calcul moins simplistes.

- ◆ Si  $|X_0| - (\phi/2) \gg \lambda d/a$ , alors le pic principal de la fonction  $a \operatorname{sinc}\left(a \frac{U - X_0}{\lambda d}\right)$  se trouve nettement à l'extérieur de  $[-\phi/2, \phi/2]$ , donc sur le domaine d'intégration  $[-\phi/2, \phi/2]$  les valeurs de  $a \operatorname{sinc}\left(a \frac{U - X_0}{\lambda d}\right)$  sont négligeables devant celles qu'il prendrait si  $\lambda d/c \ll (\phi/2) - |X_0|$  (cas précédent), d'où

$$\left| \int_{-\phi/2}^{\phi/2} a \operatorname{sinc}\left(a \frac{U - X_0}{\lambda d}\right) b \operatorname{sinc}\left(b \frac{X - U}{\lambda d}\right) \frac{dU}{\lambda d} \right| \ll \left| c \operatorname{sinc}\left(c \frac{X - X_0}{\lambda d}\right) \right|$$

et 
$$I'_2(X) \cong I'_0 \left| (\lambda d) c \operatorname{sinc}\left(c \frac{X - X_0}{\lambda d}\right) \right|^2 :$$

la première image intermédiaire n'est quasiment pas interceptée par l'occulteur, l'influence du disque occulteur est insensible et la tache image est la même que la tache de diffraction par une fente de largeur  $c$  (voir les graphes pour  $X_0 \geq 10,02$  mm au sous-paragraphe 1.3.) – cette tache-là jouissant alors de l'invariance par translation.

Les simulations numériques présentées ci-dessous nous permettront d'affiner cette discussion.

### 1.3. Simulations numériques

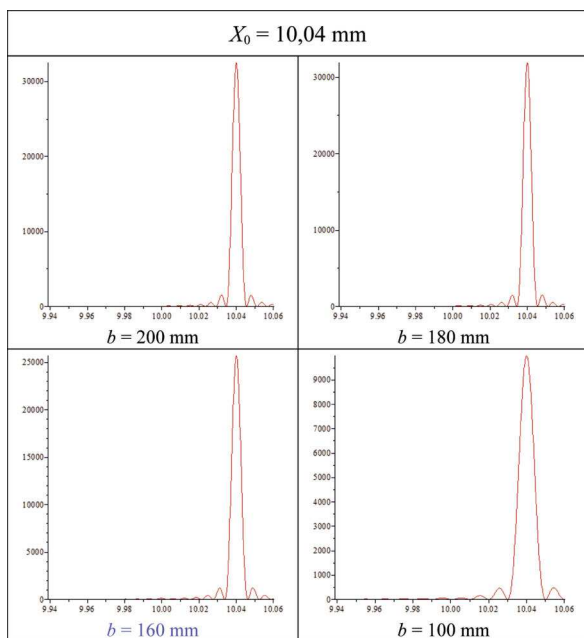
Pour les simulations numériques, nous demandons à *Maple*<sup>TM</sup> de tracer les graphes de  $I'_2(X)$  que donne la relation (1), et nous choisissons des paramètres proches de ceux des nouveaux coronographes de CLIMSO au Pic du Midi :  $a = 180$  mm,  $\phi = 20$  mm,  $d = 2,0$  m,  $\lambda = 0,5$   $\mu\text{m}$ . Pour voir l'influence du diaphragme de LYOT DL, nous montrons



à chaque fois une série de quatre graphes (avec l'abscisse  $X$  toujours exprimée en millimètres, et l'ordonnée  $I_2'$  en unités arbitraires – la même, avec le même éclat apparent de  $B$ , pour tous les graphes de cet article) correspondant à quatre valeurs de son diamètre conjugué dans le plan de D1 :

- ◆  $b = 100$  mm nettement inférieur à  $a$  pour éliminer presque totalement la lumière diffractée par D1 et DO mais en altérant beaucoup la résolution dans l'image par rapport à celle qu'on aurait sans DL (car  $\lambda/b \cong 2 \times \lambda/a$ ) ;
- ◆  $b = 160$  mm pour éliminer encore une bonne partie de la lumière diffractée par D1 et DO, mais presque sans diminuer la résolution ( $\lambda/b \cong \lambda/a$ ) ;
- ◆  $b = 180$  mm qui correspond au cas critique où  $a = b$  ;
- ◆  $b = 200$  mm où DL ne remplit quasiment plus son rôle d'élimination de lumière parasite diffractée par D1 et DO.

La valeur de  $b$  la plus proche de celle de CLIMSO est 160 mm (indiquée en couleur dans les tableaux).

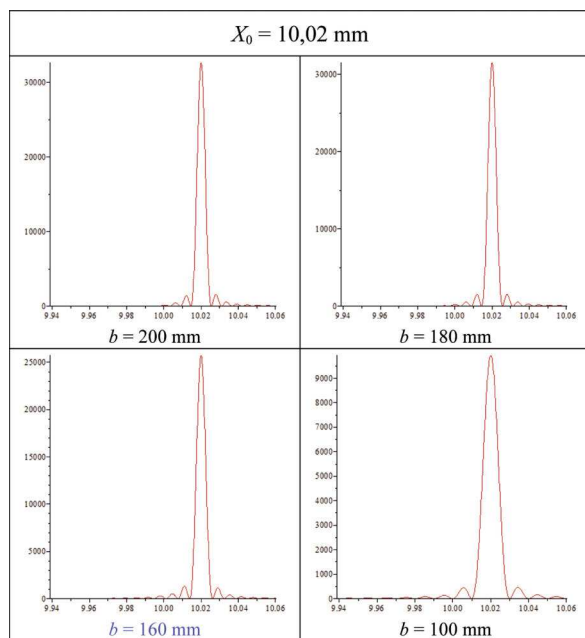


**Tableau 1 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 10,04$  mm sur DO, et pour quatre diamètres de DL différents.

### Commentaires des graphes

Les quatre courbes ci-dessus corroborent très bien la prédiction approximative faite

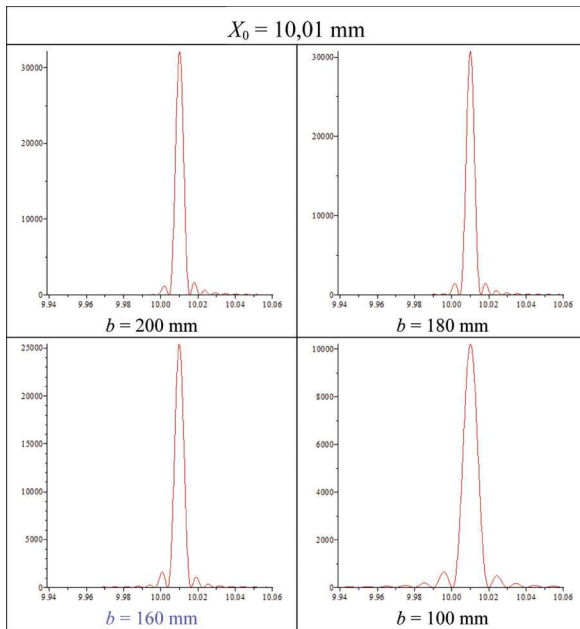
à la fin du sous-paragraphe 1.2. pour les cas où  $|X_0| - (\phi/2) \gg \lambda d/a$ , comme ici on a  $|X_0| - (\phi/2) = 40 \mu\text{m}$  et  $\lambda d/a \cong 5,6 \mu\text{m}$  ; l'image finale de  $B$  doit donc être quasiment la même que si l'occulteur était absent : c'est celle produite avec une transmittance équivalente  $\tau_1 \tau_3$  dans la pupille d'entrée, donc nous savons que la largeur de cette image ramenée dans le plan de celle produite par O1 est environ  $\lambda d / \inf(a, b)$ , et que son maximum d'intensité est proportionnel à  $[\inf(a, b)]^2$ . On voit que les pieds de diffraction ne changent pas sensiblement de place quand on passe de  $b = 200 \text{ mm}$  à  $b = 180 \text{ mm}$ , et le maximum d'intensité non plus, car cela ne change pas  $c := \inf(a, b) = 180 \text{ mm}$  ; mais ces pieds sont plus larges pour  $b = 160 \text{ mm} = c$  (les troisièmes pieds de part et d'autre du centre ont visiblement changé de place par rapport aux deux cas précédents), et encore ostensiblement plus (d'un facteur  $180/100$  par rapport au premier cas) pour  $b = 100 \text{ mm} = c$  où le maximum d'intensité a décliné environ d'un facteur  $3,2 \cong (180/100)^2$  – l'exposant 2 étant une conséquence des interférences constructives entre toutes les ondelettes d'HUYGENS-FRESNEL au point image prédit par l'optique géométrique.



**Tableau 2 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 10,02 \text{ mm}$  sur  $DO$ , et pour quatre diamètres de  $DL$  différents.

### Commentaires des graphes

On est encore relativement dans le cas où  $|X_0| - (\phi/2) \gg \lambda d/a$ , donc les commentaires précédents s'appliquent. De plus, nous avons prédit théoriquement (à la fin du sous-paragraphe 1.2.) que dans cette approximation l'image finale de  $B$  doit donc être quasiment invariante par translation ; les quatre graphes ci-dessus (cf. tableau 2, page précédente) corroborent bien cette prédiction, puisqu'ils semblent seulement translatés, dans le sens de l'axe des abscisses, de la variation de  $X_0$  :  $10,02 \text{ mm} - 10,04 \text{ mm} = -0,02 \text{ mm}$ . Donc les intensités maximales et les largeurs des figures n'ont pas changé par rapport au tableau précédent.



**Tableau 3 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 10,01 \text{ mm}$  sur  $DO$ , et pour quatre diamètres de  $DL$  différents.

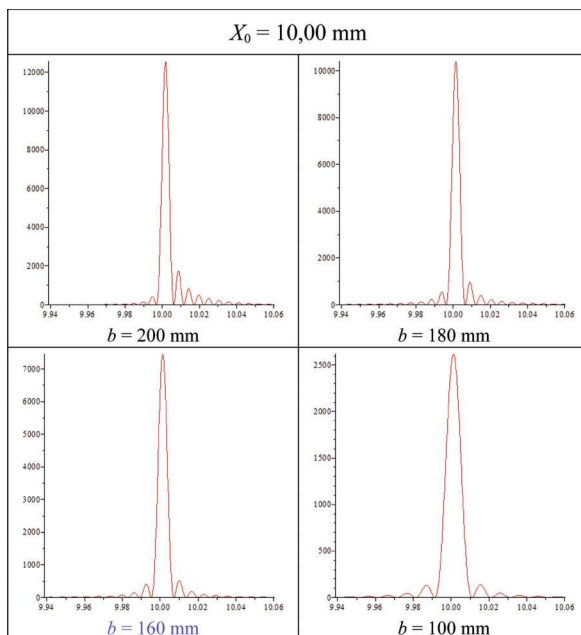
### Commentaires des graphes

Maintenant,  $|X_0| - (\phi/2) = 10 \mu\text{m}$  vaut seulement  $1,8 \lambda d/a$ , alors on constate que l'approximation précédente n'est plus satisfaisante, et on voit apparaître les premiers signes de non-invariance par translation de l'image finale de  $B$  :

- ♦ pour  $b = 200 \text{ mm}$  on voit nettement dans l'image finale une dissymétrie des pieds de diffraction, due au blocage de la lumière par l'occulteur aux abscisses inférieures à  $10 \text{ mm}$ , car le bord de  $DL$  n'est pas atteint par le faisceau prédit par l'optique géométrique.

trique – donc la diffraction par DL est quasiment inopérante et l'image finale est presque semblable à l'image intermédiaire partiellement bloquée par l'occulteur ;

- ◆ pour  $b = a = 180$  mm le bord de DL est juste atteint par le faisceau prédit par l'optique géométrique, donc la diffraction par DL devient notable et crée de faibles pieds de diffraction visibles sur l'image de l'occulteur – noter que le premier pied à gauche du centre de l'image est relevé par rapport à ce qu'il était ici pour  $b = 200$  mm, et retrouve une hauteur sensiblement égale à celle du premier pied droit tout en gardant la même largeur que précédemment. De plus, comme DO reçoit une partie non négligeable du flux lumineux issu de D1, l'interaction avec DO diminue le flux lumineux envoyé dans l'ouverture de DL, d'où la légère baisse sensible du maximum absolu d'intensité ;
- ◆ le relèvement des pieds dû à la diffraction par le bord de DL s'amplifie naturellement (puisque pour  $b = 160$  mm  $< a$  l'éclairement sur le bord de DL est plus fort – cf. tableau 10 – que dans le cas précédent) au point que les pieds gauches sont maintenant plus hauts que les pieds droits, et la coupure due à l'occulteur ne laisse plus guère de traces qualitativement visibles ;
- ◆ il en est de même pour  $b = 100$  mm, avec des pieds de largeur plus grande, et un maximum absolu d'intensité nettement abaissé, puisque  $c$  a diminué avec  $b$ .

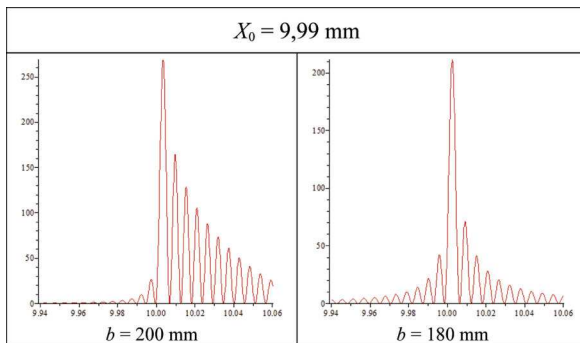


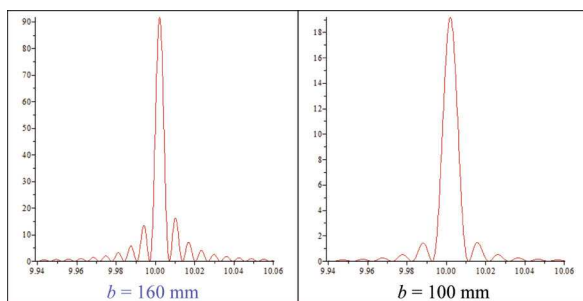
**Tableau 4 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 10,00$  mm sur DO, et pour quatre diamètres de DL différents.

### Commentaires des graphes

Nous sommes dans le cas critique où  $X_0 = \phi/2 = 10 \text{ mm}$  : le centre de l'image intermédiaire est sur le bord de l'occulteur, qui bloque la moitié gauche de cette image. Néanmoins, à cause de la diffraction par DL, la largeur du pic central d'intensité est environ double de celle des pieds de diffraction. Pour nos quatre valeurs de  $b$ , l'intensité du maximum principal est passablement inférieure (et non pas égale comme on aurait pu le croire naïvement) à la moitié de celle correspondant aux cas précédents (où  $X_0 \geq 10,01 \text{ mm}$ ) ; il en est probablement de même pour le flux émergeant de DL (car les largeurs des profils d'intensité n'ont guère changé avec  $X_0$  jusqu'à présent), et ce fait trouvera une explication naturelle au sous-paragraphe 2.2. Cela montre que dorénavant il sera plus difficile de prédire si la diffraction prépondérante est due à D1 ou à DL ; il se pourra que les deux interviennent de manière comparable.

- ◆ Pour  $b = 200 \text{ mm}$  la diffraction par DL est toujours faible, mais produit quand même des petits pieds visibles à gauche aux abscisses inférieures à  $10 \text{ mm}$ , là où les pieds dus à la diffraction par D1 sont bloqués par l'occulteur ; les pieds correspondants à droite sont quasiment quatre fois plus hauts, et sont essentiellement dus à la diffraction par D1.
- ◆ Pour les valeurs de  $b$  plus petites, l'effet de la diffraction par DL augmente, ce qui relève les pieds gauches.
- ◆ Pour  $b = 100 \text{ mm}$  la hauteur des pieds gauches est proche de celle des pieds droits, la figure de diffraction observée est quasiment celle d'une fente de largeur  $b$  ; mais son centre a une abscisse comprise entre  $X_0 = \phi/2 = 10 \text{ mm}$  et  $(\phi/2) + (\lambda d/b) = 10,01 \text{ mm}$  – conséquence du blocage de la lumière par l'occulteur pour des abscisses inférieures à  $\phi/2$  en valeur absolue.





**Tableau 5 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 9,99$  mm sur  $DO$ , et pour quatre diamètres de  $DL$  différents.

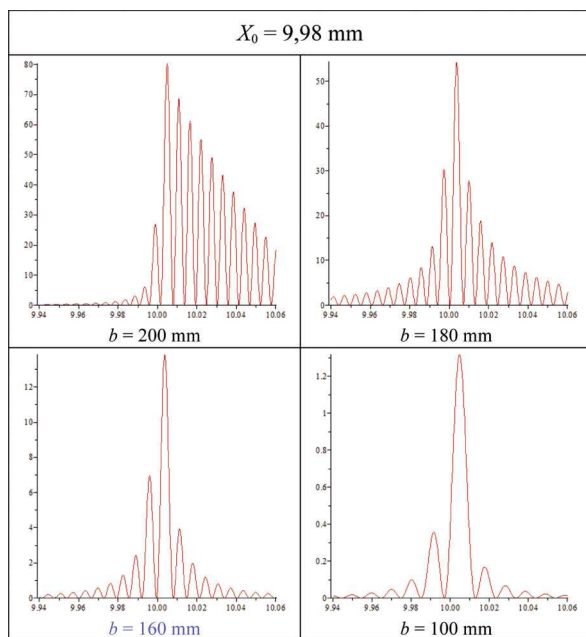
### Commentaires des graphes

Maintenant  $X_0 - (\phi/2) = -10 \mu\text{m} = -1,8 \lambda d/a$  et nous commençons la série où  $|X_0| < \phi/2$ , donc où selon l'optique géométrique l'image finale devrait être complètement éteinte ; à cause de la diffraction par  $D1$  ce n'est pas le cas, mais l'intensité maximale a chuté de deux ordres de grandeur. La majeure partie des phénomènes observés s'inscrit dans la continuité de ceux du tableau précédent.

- ◆ Pour  $b = 200$  mm la dissymétrie entre les pieds de diffraction de gauche et de droite est exacerbée : les pieds droits sont dus essentiellement à la diffraction par  $D1$  (leur abscisse étant supérieure à  $\phi/2$ ), et aux abscisses inférieures à  $10$  mm les pieds gauches sont dus à la diffraction par  $D1$  initialement puis par  $DL$ , ce qui explique qu'ils sont nettement moins hauts et un peu moins larges. La largeur du pic central d'intensité est maintenant inférieure au double de celle des pieds.
- ◆ Pour les valeurs telles que  $b \leq a$ ,  $DL$  joue son rôle voulu par  $LYOT$  : diminuer le flux de la tache de diffraction finale, dont l'existence tient à la diffraction par  $D1$  ; l'intensité maximale a nettement diminué. Comme précédemment l'effet de la diffraction par  $DL$  augmente quand  $b$  diminue, ce qui relève les pieds gauches.
- ◆ Pour  $b = 180$  mm et  $b = 160$  mm, comme précédemment les pieds gauches sont légèrement moins hauts que les pieds droits. Mais surtout, le pic principal d'intensité est centré entre  $\phi/2$  et  $(\phi/2) + (\lambda d/b)$ , il a une largeur comprise entre  $\lambda d/b$  et  $2\lambda b/d$  ; et les pieds ont une hauteur relative (par rapport au pic principal) plus grande que pour la diffraction par une fente.

Le phénomène majeur associé à la petite diminution de  $b$  de  $180$  mm à  $160$  mm est, conformément au souhait de  $LYOT$ , la baisse importante du maximum d'intensité dans la tache de diffraction finale d'un facteur de l'ordre de 2 ici – et encore plus dans les tableaux suivants. En outre, la largeur globale de cette tache semble même diminuer ! Cette petite diminution de  $b$  s'avère donc très intéressante pour la qualité des images coronales, en termes de taux de lumière parasite.

- ◆ Pour  $b = 100$  mm la figure de diffraction observée est quasiment celle d'une fente de largeur  $b$ , mais ses pieds ont une hauteur (relative au pic principal) passablement plus grande ; par ailleurs, son centre a une abscisse différente de  $X_0$  : elle est comprise entre  $\phi/2$  et  $(\phi/2) + (\lambda d/b)$ .



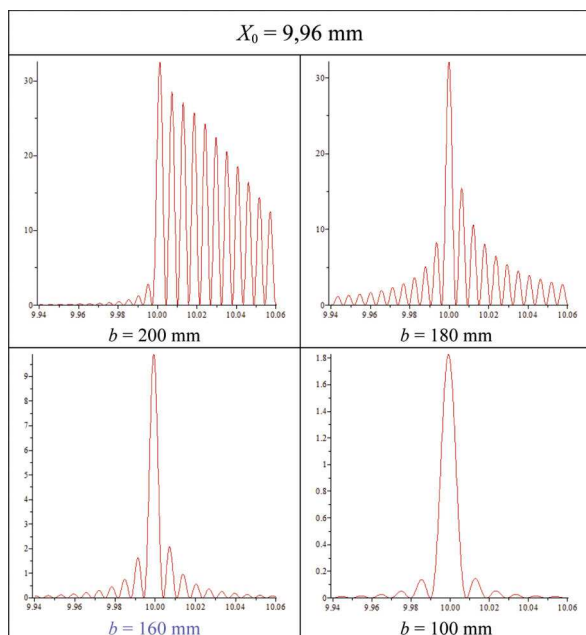
**Tableau 6 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 9,98$  mm sur  $DO$ , et pour quatre diamètres de DL différents.

### Commentaires des graphes

Une grande partie des phénomènes observés s'inscrit dans la continuité de ceux du tableau précédent.

- ◆ Pour  $b = 200$  mm les hauteurs des pieds droits forment quasiment une suite arithmétique ; la hauteur du pic le plus fort a chuté d'un facteur 3,2 par rapport au tableau précédent.
- ◆ Dès que  $b \leq a$ , la diffraction par DL relève les pieds gauches et rend même tout de suite le premier pied gauche plus haut que le premier pied droit !
- ◆ Pour  $b = 160$  mm la différence relative de hauteur entre le pied gauche et le pied droit de rang supérieur à 3 devient peu visible. La hauteur du pic le plus fort a chuté d'un facteur 6,6 par rapport au tableau précédent. Noter surtout, entre le cas où  $b = 180$  mm et maintenant, la baisse d'un facteur voisin de 4 pour le flux de la tache de diffraction finale !

- ◆ Pour  $b = 100$  mm la figure de diffraction observée diffère nettement de celle d'une fente de largeur  $b$  (la largeur totale à la base du pic principal est plus petite que pour celle-ci, etc.) ; et son maximum d'intensité a une abscisse voisine de  $(\phi/2) + (1/2)(\lambda d/b)$ . Mais surtout, son flux a encore baissé d'un ordre de grandeur par rapport au cas où  $b = 160$  mm : la lumière diffractée par D1, quand elle arrive sur DL, n'est donc pas totalement concentrée sur l'image du bord de D1. Pour vérifier ce point, nous allons consacrer un second paragraphe à l'étude de la distribution d'intensité sur DL.



**Tableau 7 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 9,96$  mm sur  $DO$ , et pour quatre diamètres de  $DL$  différents.

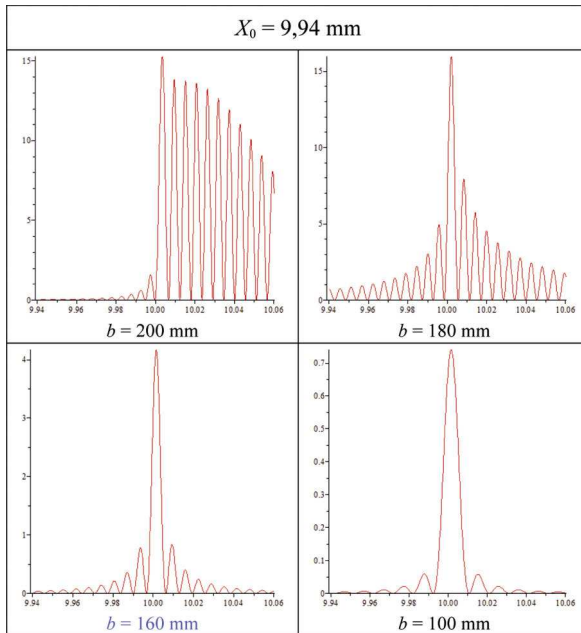
### Commentaires des graphes

Les phénomènes sont presque les mêmes que ceux du tableau précédent ; il s'y ajoute cependant deux points notables.

Les inversions de hauteur relative des pieds entre les côtés droits et gauches, constatées pour  $X_0 = 9,98$  mm, disparaissent. On retrouve la disposition des hauteurs observée pour  $X_0 = 9,99$  mm.

- ◆ Pour  $b = 100$  mm la figure de diffraction observée est de nouveau quasiment celle d'une fente de largeur  $b$ , dont les pieds ont une hauteur passablement trop grande ; par ailleurs, son centre semble avoir maintenant une abscisse comprise entre  $(\phi/2) - (\lambda d/b)$  et  $\phi/2$  !



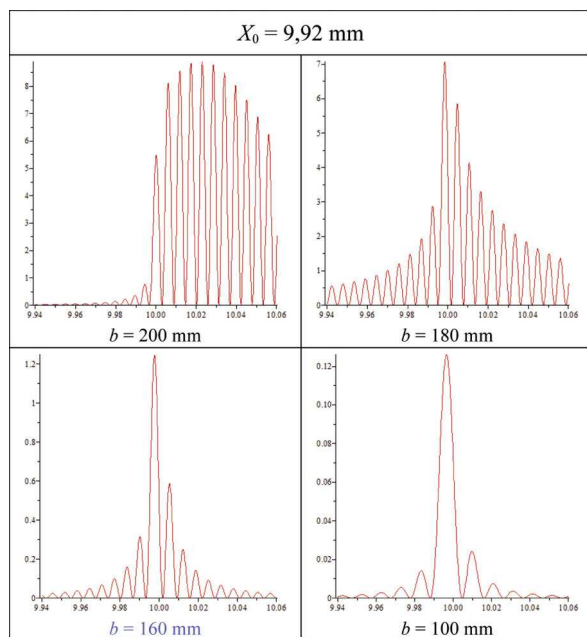


**Tableau 8 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 9,94 \text{ mm}$  sur  $DO$ , et pour quatre diamètres de  $DL$  différents.

### Commentaires des graphes

Les phénomènes sont presque les mêmes que ceux du tableau précédent ; mais il s'y ajoute encore deux points notables.

- ◆ Pour  $b = 200 \text{ mm}$ , noter l'intéressante suite des hauteurs des pieds de droite.
- ◆ Pour  $b = 100 \text{ mm}$ , la figure de diffraction observée est à nouveau quasiment celle d'une fente de largeur  $b$ , dont les pieds ont une hauteur passablement trop grande ; mais son centre a de nouveau une abscisse comprise entre  $\phi/2$  et  $(\phi/2) + (\lambda d/b)$  – donc celle-ci fluctue de part et d'autre de  $\phi/2$ .



**Tableau 9 :** Distribution d'intensité dans la tache image finale, pour un point  $B$  du soleil donnant une image géométrique d'abscisse  $X_0 = 9,92 \text{ mm}$  sur  $DO$ , et pour quatre diamètres de  $DL$  différents.

### Commentaires des graphes

Les phénomènes sont presque les mêmes que ceux du tableau précédent.

- ◆ Pour  $b = 200 \text{ mm}$  le pic d'intensité le plus fort n'est plus celui passant par le bord de l'image de l'occulteur ! Des simulations avec d'autres valeurs de  $b > a$  montrent que ce phénomène est robuste.
- ◆ Pour  $b = 100 \text{ mm}$ , la figure de diffraction est de nouveau sensiblement dissymétrique : sa ressemblance avec la figure de diffraction par une fente est donc fluctuante aussi.

Analogiquement un effet de résonance, entre les variations spatiales d'intensité de la figure de diffraction par  $D1$  puis par  $DL$ , ne permet pas de redonner les grandes valeurs relatives de l'intensité maximale des pieds de la figure de diffraction (comparée à l'intensité maximale du pic principal de la figure de diffraction) : car ces valeurs relatives devraient quasiment être les plus grandes quand  $b = a = 180 \text{ mm}$ , et avoir environ la même valeur pour  $b = a - 20 \text{ mm} = 160 \text{ mm}$  et  $b = a + 20 \text{ mm} = 200 \text{ mm}$  ; or les tableaux 5-9 montrent que ce n'est pas du tout le cas.

## 2. DISTRIBUTION D'INTENSITÉ DANS LE PLAN DU DIAPHRAGME DE LYOT

### 2.1. Mise en équations

Pour la lumière due à  $B$ , la distribution d'amplitude complexe dans le plan antécédent de D1 par O1 s'écrit, en fonction de l'abscisse  $u$  :  $\tau_1(u) \exp \frac{i k X_0 u}{d}$ . Or à un facteur de phase sphérique près, dans le plan du diaphragme de LYOT DL ramené à l'échelle de D1, l'amplitude complexe de l'image d'un point (d'abscisse  $u$ ) de D1 par O2 est proportionnelle à  $\tilde{\tau}_2\left(\frac{x-u}{-\lambda d}\right)$ . Parce que l'image géométrique de la source ponctuelle  $B$  est sur DO, conformément aux approximations de FRESNEL la distribution d'intensité (à l'échelle de D1) sur DL s'écrit sans facteur de phase sphérique [9-10] – contrairement à l'équation (1) de [3] – dans l'intégrale ci-dessous (qui est donc la convolution des deux fonctions écrites en ce début de sous-paragraphe) :

$$I_2(x) \cong I_0 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \tau_1(u) \exp \frac{i k X_0 u}{d} \right] \tilde{\tau}_2\left(\frac{x-u}{-\lambda d}\right) du \right|^2 \quad (2)$$

Vu la présence de  $\tilde{\tau}_2$  dans (2) on sait que la diffraction par DO agit sur la distribution de  $I_2$ .

Cette équation (2) donne approximativement l'intensité d'une image de D1 par focaultage, à condition que  $\phi$  soit assez grand et que  $|X_0| - (\phi/2) \sim -\lambda d/a$  : en effet, le focaultage consiste à former l'image d'un objet en éclairage cohérent convergeant sur le bord d'un « couteau » absorbant – et non pas sur une petite pastille absorbante comme pour la strioscopie au sens strict<sup>(2)</sup>. Mais en utilisant pour  $\tilde{\tau}_2$  une propriété de la transformée de FOURIER au sens des distributions, qui fait intervenir la distribution  $\delta$  de DIRAC, on voit que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \tau_1(u) \exp \frac{i k X_0 u}{d} \right] \tilde{\tau}_2\left(\frac{x-u}{-\lambda d}\right) du = \int_{-a/2}^{+a/2} \exp \frac{i k X_0 u}{d} \left[ \delta\left(\frac{x-u}{-\lambda d}\right) - \phi \operatorname{sinc}\left(\phi \frac{x-u}{-\lambda d}\right) \right] du$$

et le changement de variable  $v := \frac{x-u}{-\lambda d}$  donne

(2) Il est intéressant de comparer les propriétés d'une image obtenue par focaultage, avec celles d'une image obtenue par strioscopie au sens large – voir notamment les commentaires du sous-paragraphe 4.1. de [3] pour  $\Delta > 3,6$  mm.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \tau_1(u) \exp \frac{i k X_0 u}{d} \right] \tilde{\tau}_2 \left( \frac{x-u}{-\lambda d} \right) du = \exp \frac{i k X_0 x}{d} \int_{\frac{-2x-a}{2\lambda d}}^{\frac{-2x+a}{2\lambda d}} \exp(i 2\pi X_0 v) [\delta(v) - \phi \operatorname{sinc}(\phi v)] dv (\lambda d)$$

Puis grâce à 
$$\int_{\frac{-2x-a}{2\lambda d}}^{\frac{-2x+a}{2\lambda d}} \delta(v) \exp(i 2\pi X_0 v) dv = \operatorname{rect}(x/a)$$

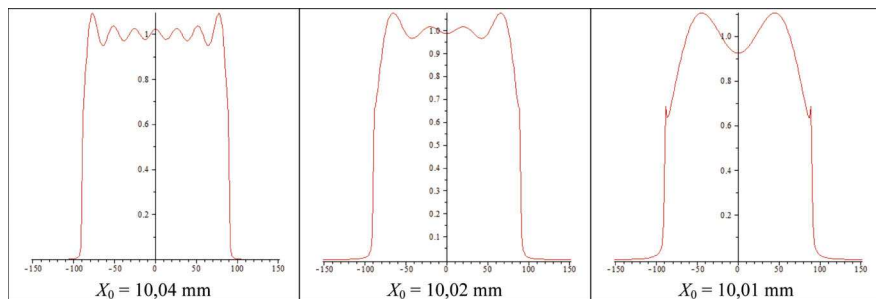
on obtient l'expression finale assez simple

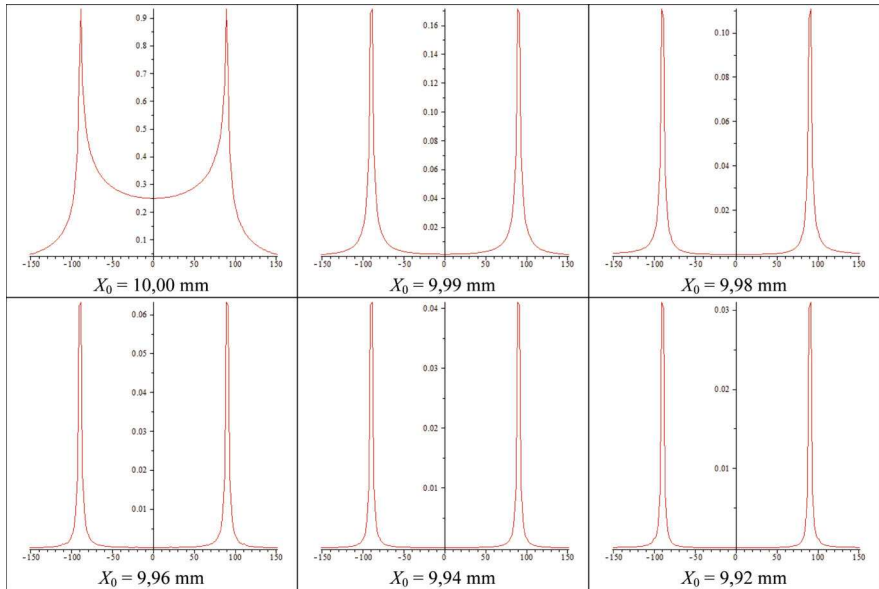
$$I_2(x) \cong I_0(\lambda d)^2 \left| \operatorname{rect}(x/a) - \phi \int_{\frac{-2x-a}{2\lambda d}}^{\frac{-2x+a}{2\lambda d}} \exp(i 2\pi X_0 v) \operatorname{sinc}(\phi v) dv \right|^2 \quad (3)$$

Si  $\phi = 0$ , i.e. s'il n'y a pas d'occulteur, on retrouve bien que  $I_2(x)$  est proportionnel à  $\operatorname{rect}(x/a)$  dans le cadre des approximations faites.

## 2.2. Simulations numériques

Avec les mêmes valeurs de  $a$ ,  $\phi$ ,  $d$ ,  $\lambda$  que précédemment, nous faisons tracer par *Maple*<sup>TM</sup> les graphes de  $I_2(x)$  donnés par l'expression (3) – l'abscisse  $x$  étant indiquée en millimètres, et l'ordonnée  $I_2$  en unités arbitraires (la même, avec le même éclat apparent de  $B$ , pour tous les graphes de ce paragraphe). Les résultats sont regroupés dans le tableau 10.





**Tableau 10 :** Distribution d'intensité dans le plan du diaphragme de LYOT, pour  $\phi/2 = 10$  mm et un point source  $B$  de distance angulaire variable par rapport à l'axe du coronographe.

### Commentaires des graphes

Lorsque  $|X_0| - (\phi/2) \gg \lambda d/a$ , sans négliger la diffraction par D1, la distribution d'intensité bien après l'occulteur doit être quasiment la même que s'il était absent : en l'occurrence une distribution rectangulaire, de largeur  $a$  si on la ramène à l'échelle de D1 ; et c'est bien ce qu'on observe sur DL. Donc le flux lumineux traversant un plan de front juste après DO se retrouve presque intégralement après DL si  $b \geq a$ .

Par contre, lorsque  $|X_0| - (\phi/2) \sim \lambda d/a$ , ce n'est plus vrai (voir le graphe pour  $X_0 = 10,01$  mm) : l'influence de la diffraction multiple par D1 et DO devient sensible.

Dès que l'occultation se produit, l'intensité à l'intérieur de l'image de l'ouverture de D1 s'effondre très rapidement, tandis que sur l'image des bords de D1 il apparaît un maximum aigu d'intensité : c'est un effet de focaultage.

Avec  $X_0 = 10,00$  mm on réalise pour D1 un focaultage presque idéal, car on peut considérer que DO bloque quasiment tout le côté gauche de la tache de diffraction formée sur lui, puisque  $|X_0| = (\phi/2) \gg \lambda d/a$  (alors le flux juste après DO est quasiment la moitié du flux incident sur lui). Donc le graphe obtenu dans ce cas est quasiment celui du carré du module de la transformée de HILBERT [11] de  $\tau_1(x)$ , et ne dépend pas de la

longueur d'onde – contrairement aux autres graphes. Si ce graphe avait été rectangulaire de largeur  $a$  (et de hauteur moitié de celle obtenue quand  $|X_0| - (\phi/2) \gg \lambda d/a$ ) comme le laisserait croire l'application erronée de l'approximation de l'optique géométrique pour la lumière passant par son point de convergence sur le bord de DO, bien sûr le flux juste après DL pour  $X_0 = 10,00$  mm aurait été la moitié de sa valeur pour  $|X_0| - (\phi/2) \gg \lambda d/a$  ; cette approche naïve des phénomènes ne tient compte que d'un seul des effets majeurs de l'interaction de la lumière avec DO : le blocage d'une partie du flux. Mais il y a aussi la diffraction par DO, produisant un profil d'intensité qui n'est plus rectangulaire sur DL : il s'est élargi, et corrélativement l'intensité au centre a baissé de plus qu'un facteur 2 ; alors il n'est pas surprenant que le flux juste après DL pour  $X_0 = 10,00$  mm soit inférieur à la moitié de sa valeur pour  $|X_0| - (\phi/2) \gg \lambda d/a$  (cf. le tableau 4 et ses commentaires).

Enfin, la largeur de ces maxima à 10 % de leur hauteur est relativement importante (de l'ordre de 2 cm pour  $X_0$  allant de 9,98 mm à 9,92 mm) ; elle ne décroît pas vite lorsque  $(\phi/2) - |X_0|$  croît, et il reste toujours au centre de DL un niveau sensible d'intensité. Ceci est confirmé par les photographies de D1-O1 prises derrière l'occulteur ([5], figure 1 ; [7], figure 3). De plus, c'est cohérent avec la constatation de l'influence notable de  $b$ , allant de 160 mm à 100 mm, sur le flux dans l'image finale d'un point à l'infini tel que  $X_0$  est compris entre 9,92 mm et 9,99 mm.

## CONCLUSION

Cette étude confirme le bien-fondé du schéma des coronographes à occultation interne : la présence de DL avec  $b$  légèrement inférieur à  $a$  permet une grosse réduction de la lumière parasite due aux points du disque solaire (DS) – pour lesquels  $|X_0| < \phi/2$ . On a vu aussi qu'une diminution supplémentaire de  $b$  d'un facteur 2 par exemple permet encore de réduire nettement la lumière parasite due à ces mêmes points, mais par contre elle élargit d'un facteur 2 la tache image, ce qui est gênant pour les autres points (tels que  $|X_0| > \phi/2$ ) car cela entraîne une perte de résolution dans l'image coronale. Le meilleur compromis résolution-réjection de lumière parasite sera bien obtenu pour  $b$  légèrement inférieur à  $a$  ; mais pour préciser la valeur théorique du meilleur rapport  $b/a$ , il faut choisir un bon critère de compromis – après avoir amélioré notre simulation, en commençant par remédier à ses modélisations grossières (diaphragmes unidimensionnels, bord du diaphragme entourant DO négligé, etc.) [12-13].

Malgré le caractère simpliste de notre modèle, on entrevoit que bien des phénomènes surprenants peuvent se produire et défier l'intuition : la forme parfois complexe de certaines figures de diffraction, leur déficit d'interprétation en termes de résonance, la largeur notable de la distribution d'intensité obtenue au bord de l'image de D1 par focaultage, etc. Manifestement, notre intuition n'est capable de former une image mentale

cohérente qu'en ce qui concerne l'interaction entre quelques faits saillants ! Aussi nous ne sommes pas à l'abri de nouvelles surprises avec un instrument à diaphragmes circulaires.

Dans l'introduction, nous nous demandions si la tache de lumière due à un point de (DS) existe sous une forme très apodisée. Maintenant nous savons que la diffraction par D1, le blocage par l'occulteur puis la diffraction par DL, donnent au contraire une grande importance aux pieds de diffraction d'un point de (DS) quand  $a$  est inférieur à  $b$  ; cette importance baisse quand  $a$  est supérieur à  $b$ , mais il n'y a pas d'apodisation pour autant, au contraire : en regardant les graphes des tableaux 5-9 pour  $b$  valant 160 mm ou 180 mm, on voit que l'importance relative des pieds de diffraction pour  $|X_0| < \phi/2$  reste facilement quatre fois plus *grande* que dans la classique figure de diffraction d'une fente ! Nous avons expliqué (sous-paragraphe 1.2.) l'approximation permettant de prédire que la largeur de la tache due à un point de la couronne solaire (*i.e.* tel que  $|X_0| > \phi/2$ ) est voisine de  $\lambda d / \inf(a, b)$  ; par contre, la largeur quadratique moyenne de la tache due à un point de (DS) (*i.e.* tel que  $|X_0| < \phi/2$ ) peut très bien être supérieure à  $\lambda d / \inf(a, b)$  à cause de l'importance des pieds de diffraction. Ceci n'est pas, à notre sens, le moins notable des enseignements de ce dernier article sur les processus de diffraction multiple.

Pour finir, intéressons-nous à une conséquence remarquable de la non-invariance par translation de l'image finale de  $B$ , avec  $b = 160$  mm qui est une valeur très proche de celle concernant C1 et C2 [4].

Dans le sous-paragraphe 1.3., pour cette valeur de  $b$  les graphes des tableaux 4 à 7 montrent un pied de diffraction de largeur totale  $i \cong 7 \mu\text{m}$  à peu près centré sur l'abscisse 10,01 mm, et dont l'intensité maximale chute d'un facteur  $10^2$  (resp. 5) quand  $X_0$  diminue légèrement – de  $3 \lambda d / b$  – lors de sa décroissance de 10,00 mm à 9,98 mm (resp. de 9,98 mm à 9,96 mm), alors que le pied se « décale » environ de  $i/4$  – modulo  $i$ , les profils des franges se déformant beaucoup – (resp. de  $i/2$  modulo  $i$ ). Rappelons que ces propriétés concernent l'image finale d'un point source  $B$  seul.

Maintenant, élargissons notre étude par une discussion de la distribution de lumière produite par des coronographes comme C1 et C2 formant l'image du soleil. Celui-ci étant une source spatialement incohérente, les intensités des taches image de tous ses points s'additionnent<sup>(3)</sup>. Pour prédire la distribution d'intensité de l'image finale du pourtour extérieur du limbe solaire, vu la petitesse de la dimension caractéristique  $3 \lambda d / b$  devant le rayon du disque occulteur DO, on pourra négliger les effets de la courbure de celui-ci et du limbe.

Considérons d'abord le cas où l'image géométrique du limbe par l'objectif O1 coïn-

(3) Cette opération n'est pas une convolution au sens strict, puisqu'il n'y a pas invariance par translation.

cide avec le bord de DO. Les points de (DS) qui donnent une image géométrique par O1 située  $3\lambda d/b$  en deçà du bord de DO (*i.e.* vers son centre) contribueront environ  $10^2$  fois moins à l'intensité de l'image finale du disque, que les points du limbe solaire. Vu le « décalage »  $i/4$  entre les franges produites, par ces deux familles de points, sur le pourtour extérieur de l'image finale de DO, la superposition de ces franges d'intensité fortement décroissante de la première famille de points à la deuxième ne provoque guère de brouillage, et les franges sont bien contrastées<sup>(4)</sup>. À première vue, ce bon contraste pouvait paraître incompatible avec le diamètre de l'image finale géométrique<sup>(5)</sup> de (DS), car il est très grand par rapport à l'interfrange dû à un point  $B$  dans le plan de l'image finale. Mais tel n'est pas le cas, à cause d'une très forte non-invariance par translation concernant les intensités maximales des pieds de diffraction (*cf.* leur chute d'un facteur  $10^2$  mentionnée ci-dessus, alors que les pieds ne se décalent que de  $i/4$  environ – modulo  $i$ ). Avec un coronographe utilisé ainsi, il est notable que l'incohérence spatiale de l'éclairage, très sensible au niveau de O1 (le rayon de cohérence étant de l'ordre de  $\lambda/\alpha \sim 0,1 \text{ mm} \ll a$  puisque  $\alpha \cong 0,01 \text{ rad}$  est le diamètre apparent de (DS)), ait des effets aussi limités – grâce à la non-invariance par translation, qui augmente très fortement la finesse apparente de la partie utile de (DS).

Par contre, quand l'image géométrique du limbe par O1 sera déjà  $3\lambda d/b$  en deçà du bord de DO (parce qu'on l'aura changé, ou parce que dans la période du 2 janvier au 2 juillet – dates auxquelles la Terre passe respectivement à son périhélie et son aphélie – on observera avec C1 ou C2 quelques jours plus tard), non seulement les franges produites par les points du limbe seront moins lumineuses qu'avant donc elles mettront moins de lumière parasite sur l'image géométrique de la couronne, mais encore leur contraste sera notablement brouillé : d'une part l'influence des autres points de (DS) se fera plus sentir en valeur relative, puisque, pour ceux dont l'image géométrique par O1 est  $6\lambda d/b$  en deçà du bord de DO, l'éclairement des premières franges externes est abaissé d'un facteur beaucoup plus faible (de l'ordre de 5) par rapport à ce que donnent les points du limbe ; d'autre part entre ces deux familles de points les franges produites se sont « décalées » environ deux fois plus qu'avant – dorénavant, et dans toute la suite de notre de simulation pour diverses valeurs de  $X_0$ , on enregistre un taux de « décalage » d'environ  $i/4$  pour une diminution de  $X_0$  de  $3\lambda d/b$ . D'après cette analyse semi-quantitative, les franges seraient alors notablement moins contrastées et moins lumineuses qu'avant.

(4) Cependant ces franges ne sont pas perceptibles lors de l'examen visuel des images finales fournies par C1 et C2, parce que pour eux  $d$  est environ la focale de O1 donc  $i \sim 10^{-3} \phi$  au plus, et que celles-là sont altérées par des effets perturbateurs nettement plus importants – réflexions parasites, turbulences variables pendant le temps de pose, etc.

(5) notamment si la distribution d'intensité de l'image finale avait été la convolution de celle de l'image géométrique par une réponse percussive incohérente présentant un interfrange de l'ordre de  $i$ .



Quoi qu'il en soit, si la résolution du coronographe était limitée seulement par la diffraction, ces franges seraient observables et formeraient une image fantôme qui constituerait un artefact gênant pour l'observation de la couronne ; afin de maintenir cette gêne à un niveau tolérable, nous préconisons donc d'utiliser systématiquement un disque occulteur ayant un rayon supérieur de  $3\lambda d/b$  à celui de l'image par O1 du disque solaire.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Pierre CHAVEL, pour sa relecture minutieuse et ses conseils avisés ; Nicolas GACHADOIT, pour son aide concernant *Maple*<sup>TM</sup> ; Laurent KOEHLIN, pour des discussions fines sur l'interprétation des images données par CLIMSO.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] DETTWILLER L. « Théorie et analyse numérique de quelques processus de diffraction multiple – I : configuration de FRAUNHOFER, avec deux fentes simples centrées ». *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, octobre 2012, vol. 106, n° 947, p. 917-942.
- [2] DETTWILLER L. « Théorie et analyse numérique de quelques processus de diffraction multiple – II : configuration de FRAUNHOFER avec deux fentes simples décentrées, et théorie ondulatoire du champ de contour ». *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, novembre 2012, vol. 106, n° 948, p. 1007-1020.
- [3] DETTWILLER L. « Théorie et analyse numérique de quelques processus de diffraction multiple – III : observation d'une fente derrière une autre en éclairage cohérent ». *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, décembre 2012, vol. 106, n° 949, p. 1155-1179.
- [4] DETTWILLER L. et NOËNS J.-C. « Les nouveaux coronographes du Pic du Midi : schémas optiques et buts scientifiques ». *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.*, novembre 2008, vol. 102, n° 908 (1), p. 1227-1248.
- [5] LYOT B. « Étude de la couronne solaire en dehors des éclipses ». *Zeit. f. Astr.*, 1932, vol. 5, p. 73-95.
- [6] DAVOUST E. *L'Observatoire du Pic du Midi – Cent ans de vie et de science en haute montagne*. Paris : CNRS Éditions, 2000.
- [7] MIYAMOTO K. “ Effect of Boundary Diffraction Wave in Coronagraph ”. *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, vol. 54, p. 1105-1108.
- [8] NEWKIRK G. Jr. and BOHLIN D. “ Reduction of Scattered Light in the Coronagraph ”. *Appl. Opt.*, 1963, vol. 2, p. 131-140.
- [9] PELLAT-FINET P. *Optique de Fourier – Théorie métaxiale et fractionnaire*. Paris : Springer, 2009, chap. 8.
- [10] KLEIN M. V. *Optics*. New York : Wiley, 1970, p. 431-452.

- [11] OJEDA-CASTAÑEDA J. “ Foucault, Wire, and Phase Modulation tests ”, in D. MALACARA ed., *Optical Shop Testing*, 2<sup>nd</sup> edition, New York : Wiley, 1992, voir notamment p. 283.
- [12] SIVARAMAKRISHNAN A. and LLOYD J. P. “ Spiders in Lyot Coronagraphs ”. *Astrophys. J.*, 2005, vol. 633, p. 528-533.
- [13] SOUMMER R., PUEYO L., SIVARAMAKRISHNAN A. and VANDERBEI R. J. “ Fast computation of Lyot-style coronagraph propagation ”. *Opt. Express*, 2007, vol. 15, p. 15935-15951.



**Luc DETTWILLER**  
*Professeur en PC\**  
Lycée Blaise Pascal  
Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme)