

ÉCOLE DE PHYSIQUE  
LES HOUCHES  
Session XXIV



École Prédoctorale

Optique Quantique  
10-21 septembre 2007

# Mesures à la limite quantique

A. Heidmann

Laboratoire Kastler Brossel



# Présentation

---

## Quelques conséquences des concepts de la mécanique quantique sur les mesures et leurs limites ...

- Principes de la mesure en mécanique quantique  
Bruit de la mesure et action en retour, limites quantiques
- Mesures en optique quantique  
Modélisation semi-classique du bruit quantique,  
pression de radiation et mesure avec des miroirs mobiles
- Mesure quantique non destructive  
Dépasser les limites en mesurant sans perturber
- Exemple de mesures à la limite quantique  
mesure d'absorption, images, mesure de position :  
limites quantiques et manipulation des bruits quantiques

# Buts du premier cours

---

## Présenter les principes généraux de la mesure en mécanique quantique

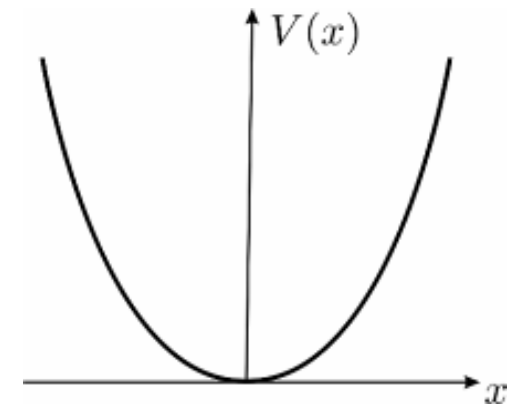
- Postulats de base de la mesure – mesures idéales :  
fonction d'onde et réduction du paquet d'onde
- Expérience de pensée :  
le microscope de Heisenberg  
→ action en retour et limite quantique
- Concept de mesure indirecte :  
couplage de l'objet avec une sonde quantique

# Postulats de base de la Mécanique Quantique

1 – L'état d'un système est décrit par une **fonction d'onde**

Exemple : particule dans un puits de potentiel  $V(x)$

Fonction d'onde  $\psi(x)$

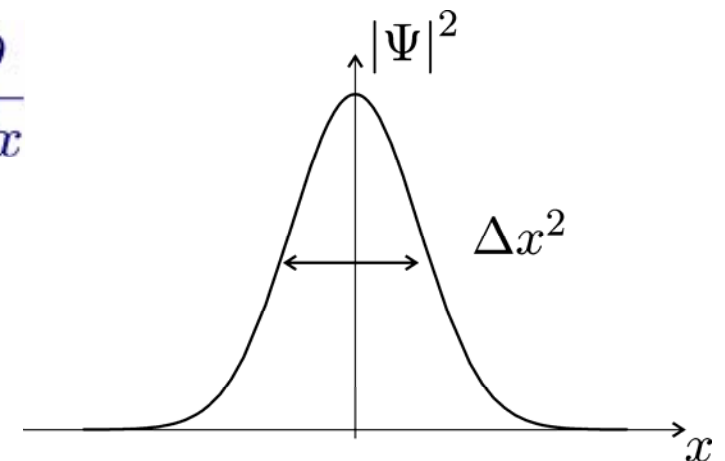


2 – Evolution temporelle : équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x) = \mathcal{H} \psi(x)$$

$$\text{Hamiltonien } \mathcal{H} = \frac{\mathcal{P}^2}{2m} + V(x) , \quad \mathcal{P} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

→ **Evolution déterministe**



3 – Interprétation **probabiliste**

$|\psi(x)|^2 =$  probabilité de trouver la particule en  $x$

# Formulation vectorielle (espace de Hilbert)

---

Le système est décrit par un **vecteur d'état**  $|\psi\rangle$

Le produit scalaire  $\langle\varphi|\psi\rangle$  est un nombre complexe

## **Opérateurs linéaires** et observables

Opérateur position  $\mathbf{X}$ , impulsion  $\mathbf{P}$ , projecteur  $|\psi\rangle\langle\psi|$  ...

Vecteurs et valeurs propres :  $\mathbf{X}|x\rangle = x|x\rangle$

Fonction d'onde en représentation  $x$  :  $\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$

## **Evolution temporelle** : équation de Schrödinger

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle = \mathbf{H}|\psi\rangle \quad \text{Hamiltonien : } \mathbf{H} = \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + \mathbf{V}(\mathbf{X})$$

# Relation d'incertitude de Heisenberg

---

2 observables  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  qui ne commutent pas :

$$[\mathbf{A}, \mathbf{B}] = i\mathbf{C} \rightarrow \Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{\langle \mathbf{C} \rangle}{2} \quad (\mathbf{C} \text{ observable ou nombre})$$

Découle de l'inégalité valide pour tout état  $|\psi\rangle$  et tout  $\lambda$  :

$$\langle \psi | |\lambda\delta\mathbf{A} + i\delta\mathbf{B}|^2 | \psi \rangle \geq 0 \quad (\text{où } \delta\mathbf{A} = \mathbf{A} - \langle \mathbf{A} \rangle )$$

Relation d'incertitude position – impulsion :

$$[\mathbf{X}, \mathbf{P}] = i\hbar \rightarrow \Delta X \cdot \Delta P \geq \frac{\hbar}{2}$$

Interprétation usuelle : on ne peut mesurer simultanément la position et l'impulsion d'une particule avec une précision infinie

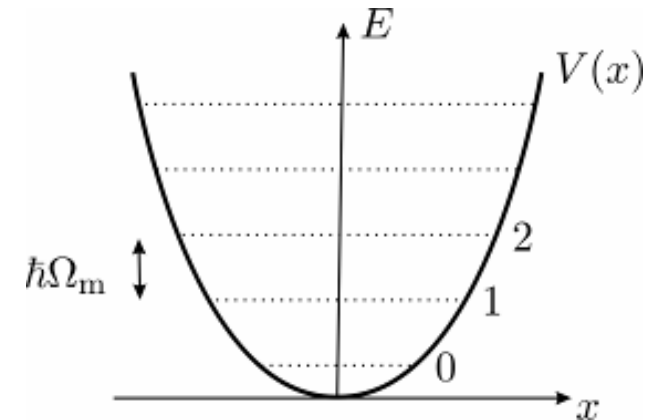
Remarque : la relation d'incertitude est une caractéristique de l'état.  
Ce n'est pas une conséquence d'un processus de mesure

# Relation d'incertitude et énergie du vide

Oscillateur harmonique :  $V(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}m\Omega_m^2\mathbf{X}^2$

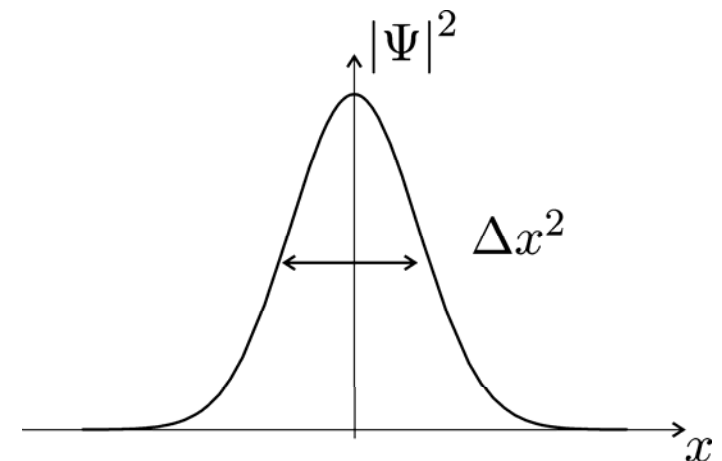
Quantification de l'énergie :

$$\mathbf{H} |n\rangle = E_n |n\rangle \quad \text{avec} \quad E_n = \hbar\Omega_m \left( n + \frac{1}{2} \right)$$



Energie moyenne dans un état quelconque :

$$\langle \mathbf{H} \rangle = \frac{\langle \mathbf{P}^2 \rangle}{2m} + \frac{1}{2}m\Omega_m^2 \langle \mathbf{X}^2 \rangle$$



D'après Heisenberg, l'énergie est minimale lorsque :

$$\langle \mathbf{X} \rangle = \langle \mathbf{P} \rangle = 0, \quad \Delta X = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\Omega_m}}, \quad \Delta P = \sqrt{\frac{m\hbar\Omega_m}{2}}$$

$$\rightarrow \text{Energie du vide } \langle \mathbf{H} \rangle_{min} = \frac{1}{2}\hbar\Omega_m$$

# Postulats de la mesure

## Observable $\mathbf{A}$ et état du système

Valeurs et vecteurs propres :  $\mathbf{A} |a_n\rangle = a_n |a_n\rangle$

Système décrit par un état pur  $|\psi\rangle$

ou un mélange statistique (matrice densité) :  $\rho = \sum_i c_i |\psi_i\rangle \langle\psi_i|$

### 1 – Résultat d'une mesure de $\mathbf{A}$

Une mesure ne peut donner comme résultat qu'une **valeur propre  $a_n$**

Probabilité de mesurer  $a_n$ :

$$\mathcal{P}(a_n) = |\langle a_n | \psi \rangle|^2 \quad \text{ou} \quad \mathcal{P}(a_n) = \text{Tr} \left( \underbrace{|a_n\rangle \langle a_n|}_{\text{Opérateur de projection}} \rho \right) = \sum_i c_i \mathcal{P}_i(a_n)$$

### 2 – Réduction du paquet d'onde

Après la mesure de  $a_n$  le système est **projeté dans l'état  $|a_n\rangle$**

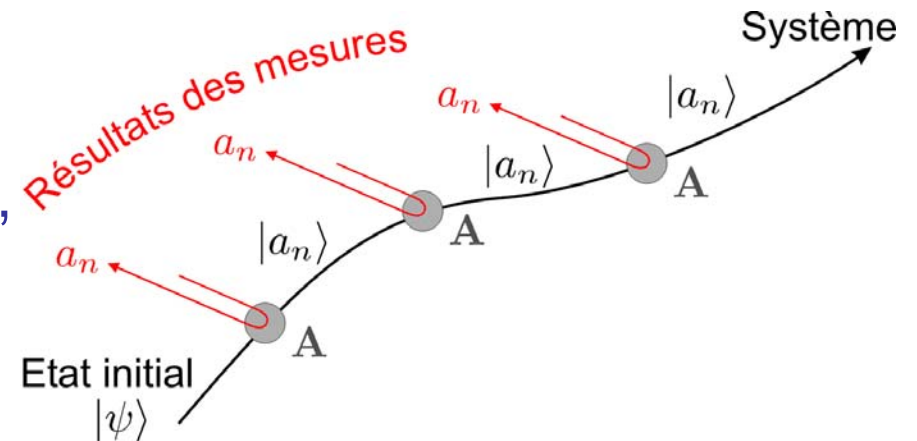
Matrice densité :  $\rho_{|a_n} = |a_n\rangle \langle a_n| = \frac{1}{\mathcal{P}(a_n)} |a_n\rangle \langle a_n| \rho |a_n\rangle \langle a_n|$



# Conséquences des postulats de la mesure

## Répétabilité

Tout de suite après une mesure, ou si  $A$  est une constante du mouvement, une 2<sup>ème</sup> mesure donne toujours  $a_n$



## 1 – Mesure infiniment précise

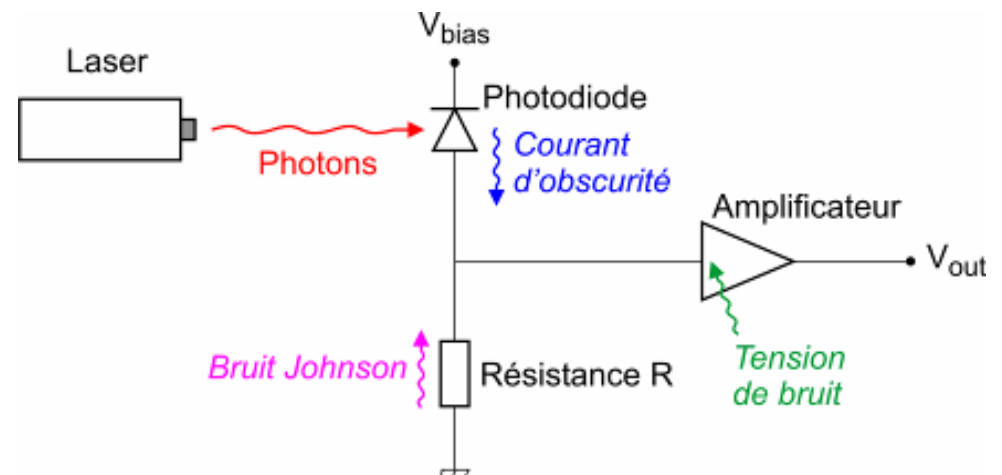
Le résultat est certain si le système est dans l'état  $|a_n\rangle$

→ Pas de bruit dans la mesure

Exemple : mesure de l'intensité d'un faisceau laser

$$V_{\text{out}} = V_{\text{amp}} + R (I_{\text{in}} + i_{\text{ph}} + i_R)$$

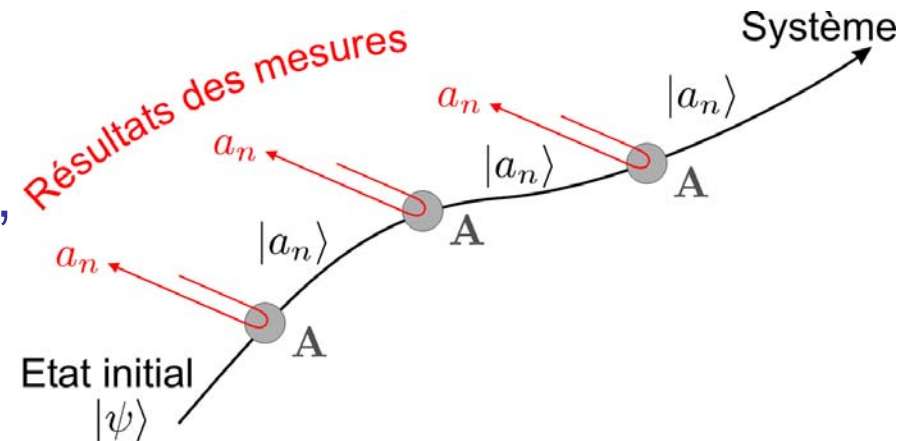
Quels sont les bruits de nature fondamentale ?



# Conséquences des postulats de la mesure

## Répétabilité

Tout de suite après une mesure, ou si  $A$  est une constante du mouvement, une 2<sup>ème</sup> mesure donne toujours  $a_n$



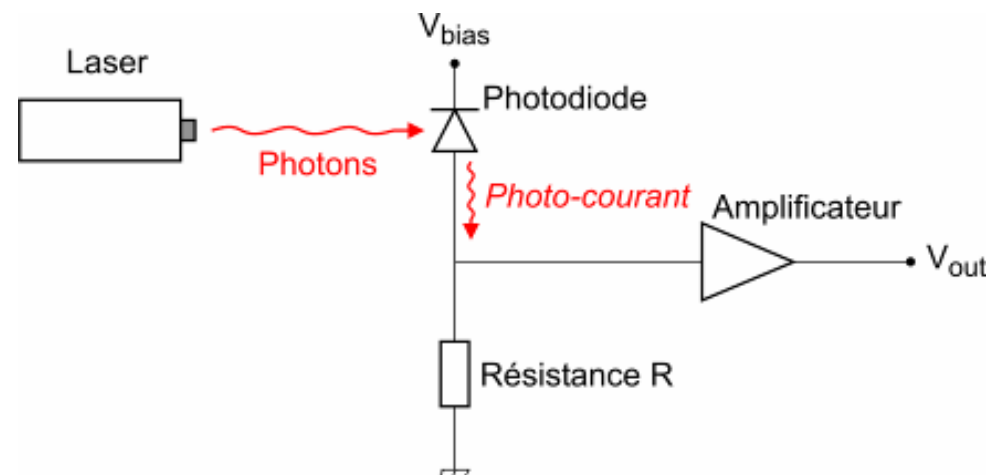
## 2 – Perturbation minimale du système

Après avoir mesuré  $a_n$  on est sûr que le système est dans l'état  $|a_n\rangle$

→ Pas de bruit rajouté sur la grandeur mesurée

Exemple : mesure de l'intensité d'un faisceau laser

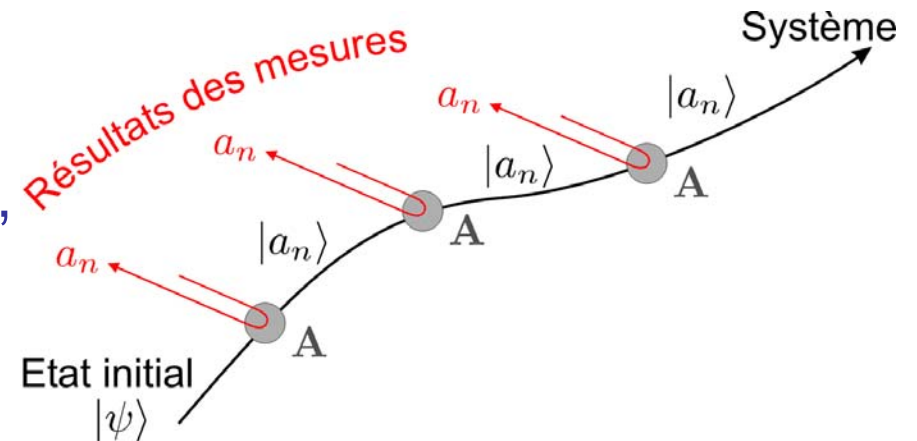
Tous les photons sont détruits !



# Conséquences des postulats de la mesure

## Répétabilité

Tout de suite après une mesure, ou si  $A$  est une constante du mouvement, une 2<sup>ème</sup> mesure donne toujours  $a_n$



## Les postulats décrivent une mesure idéale

Mais comment fabrique-t-on un appareil de mesure idéale ?

- Comment supprimer les bruits dans la mesure
- Comment induire une perturbation minimale sur le système
- Relation entre appareil de mesure et observable mesurée

Processus physique à l'origine de la réduction du paquet d'onde ?

L'équation de Schrödinger n'est pas suffisante pour décrire une mesure car elle est réversible et déterministe

# Plan

---

## Présenter les principes généraux de la mesure en mécanique quantique

- Postulats de base de la mesure – mesures idéales :  
fonction d'onde et réduction du paquet d'onde
- **Expériences de pensée :**  
le microscope de Heisenberg  
→ action en retour et limite quantique
- Concept de mesure indirecte :  
couplage de l'objet avec une sonde quantique

# Le microscope de Heisenberg

Proposé par Heisenberg pour expliquer les relations d'incertitude

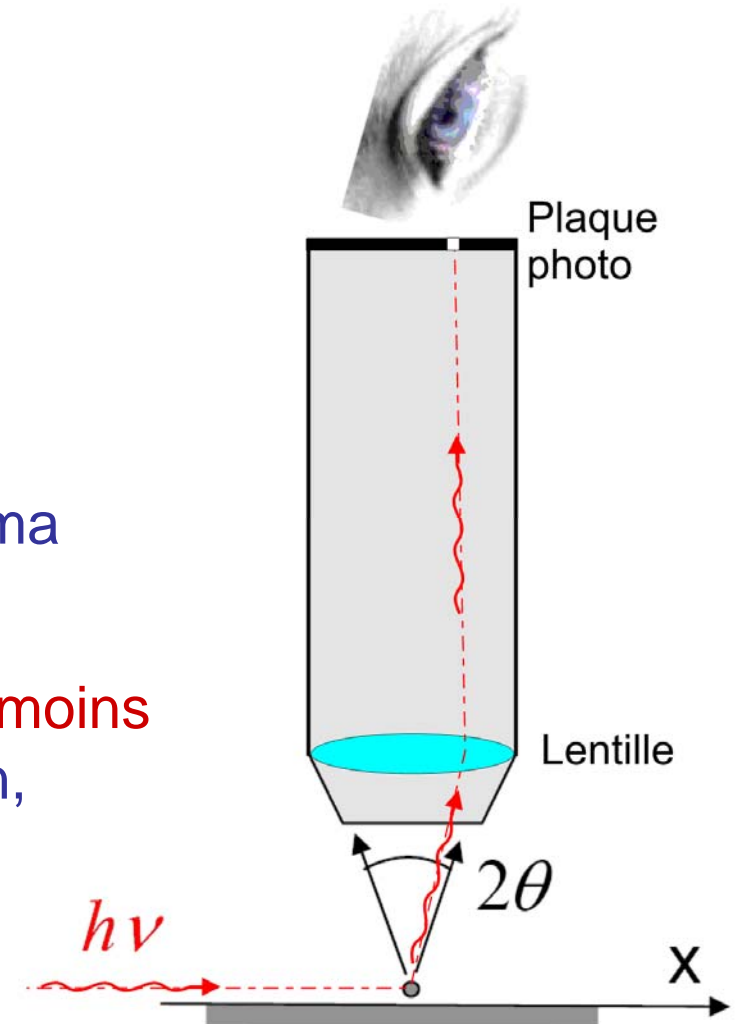
Détection de la position d'un électron avec un microscope à rayon gamma de haute résolution

On éclaire l'électron avec un faisceau gamma

L'observation de la position implique qu'**au moins un photon** gamma est **défléchi** par l'électron, **traverse l'objectif** et atteint l'observateur

Le photon est le médiateur de la mesure

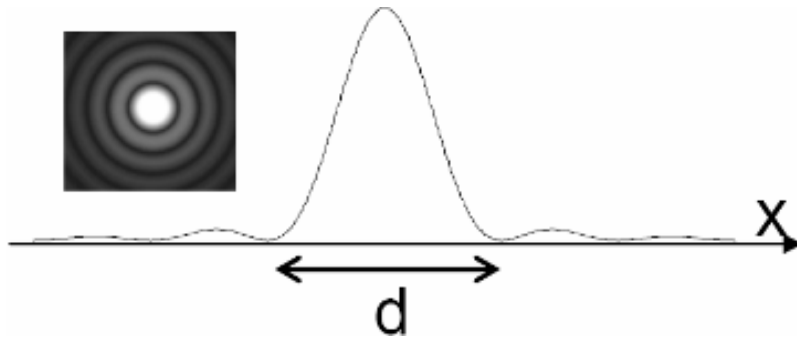
Caractérisé par une énergie  $E = h\nu$  et par une **impulsion**  $P = E/c = h/\lambda$



# Le microscope de Heisenberg

Incertitude sur la mesure :

La précision de la mesure est limitée par la diffraction due à l'angle  $2\theta$  d'ouverture de l'objectif

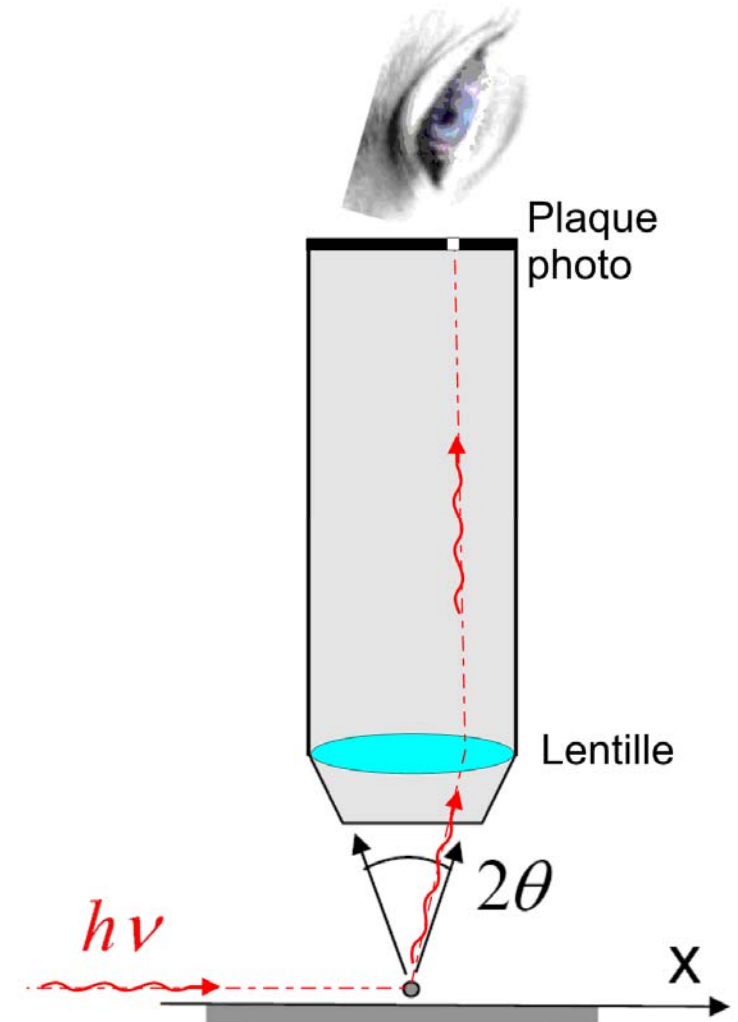


Diamètre de la tache d'Airy :  $d \simeq \lambda / \sin \theta$

L'incertitude de la mesure est liée à la résolution du microscope

$$\rightarrow \Delta X_{mes} \simeq \lambda / (2 \sin \theta)$$

Remarque : Cette incertitude ne dépend pas de l'état de l'électron.  
Elle correspond à un **bruit de l'appareil de mesure**



# Le microscope de Heisenberg

Perturbation de l'électron :

Déflexion du photon par l'électron (choc élastique)

Mais le photon peut être émis selon un angle quelconque dans le cône d'ouverture  $2\theta$

$$\rightarrow P = h/\lambda$$

$$\Delta P_x \simeq \sin \theta P$$

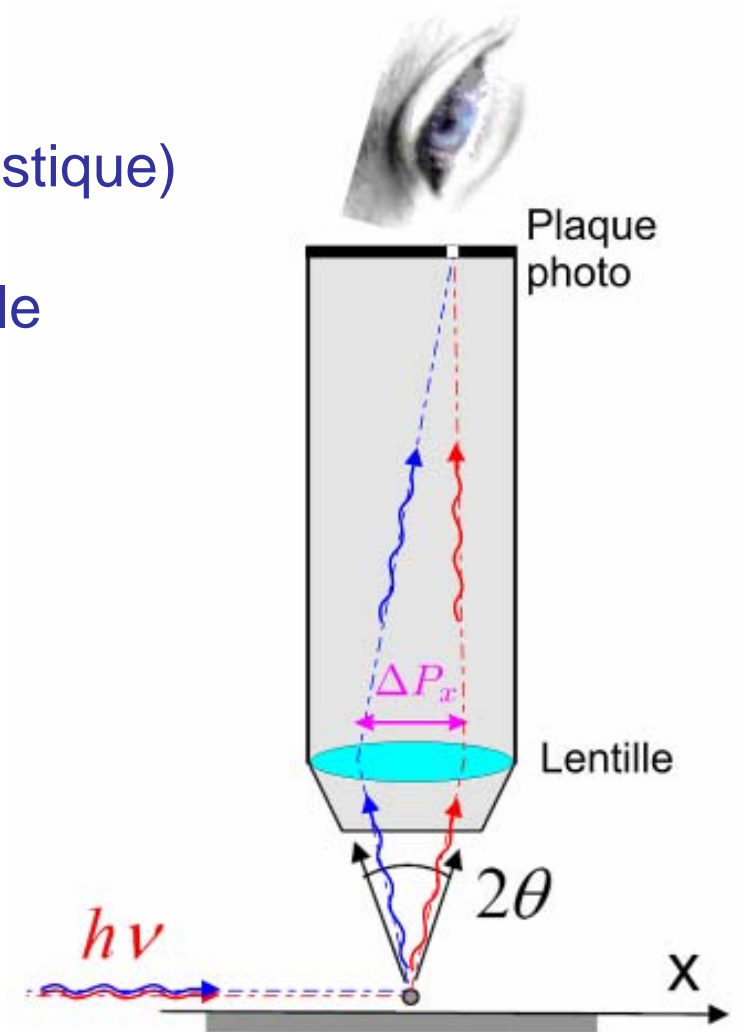
Conservation de l'impulsion totale

→ Incertitude sur l'impulsion finale de l'électron

$$\Delta P_{ax} \simeq \sin \theta h/\lambda$$

Remarque : Cette incertitude ne dépend pas de l'état de l'électron.

Elle correspond à l'action en retour de l'appareil de mesure



# Le microscope de Heisenberg

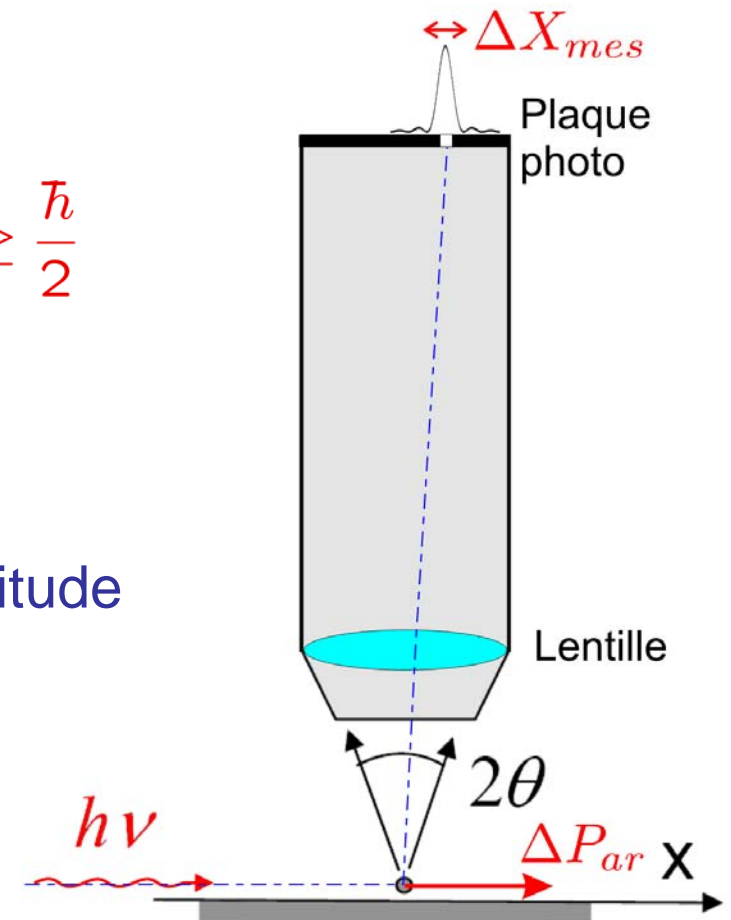
Relation d'incertitude :

$$\Delta X_{mes} \simeq \frac{\lambda}{2 \sin \theta}, \quad \Delta P_{ar} \simeq \frac{\sin \theta}{\lambda} h$$

Un calcul plus précis donne  $\Delta X_{mes} \cdot \Delta P_{ar} \geq \frac{\hbar}{2}$

Tous les ingrédients d'une mesure réelle :

- Extraction de l'information avec une incertitude  
→ Bruit de la mesure
- Perturbation du système par la mesure  
→ Action en retour
- Photon absorbé  
→ Processus irréversible





# Le microscope de Heisenberg

Relation d'incertitude :

$$\Delta X_{mes} \simeq \frac{\lambda}{2 \sin \theta}, \quad \Delta P_{ar} \simeq \frac{\sin \theta}{\lambda} h$$

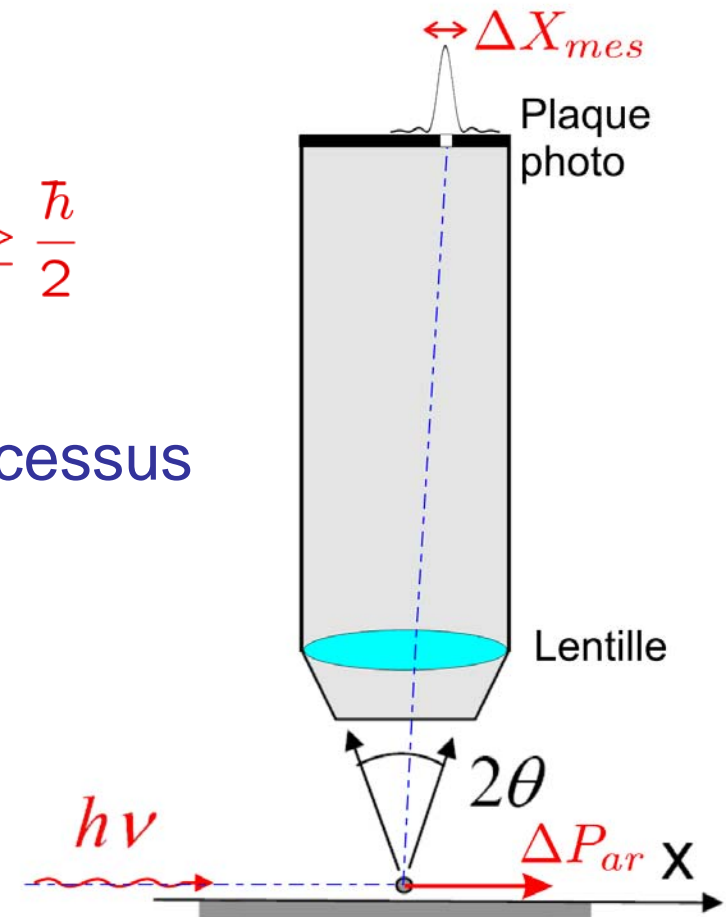
Un calcul plus précis donne  $\Delta X_{mes} \cdot \Delta P_{ar} \geq \frac{\hbar}{2}$

La relation d'incertitude est ici liée à un processus de mesure et non à l'état de l'objet mesuré

- Cohérence de la théorie

Ça n'aurait pas de sens de définir une fonction d'onde infiniment précise s'il n'est pas possible de la mesurer !

- Les incertitudes  $\Delta X_{mes}$  et  $\Delta P_{ar}$  sont liées à la nature quantique du médiateur, ici le photon



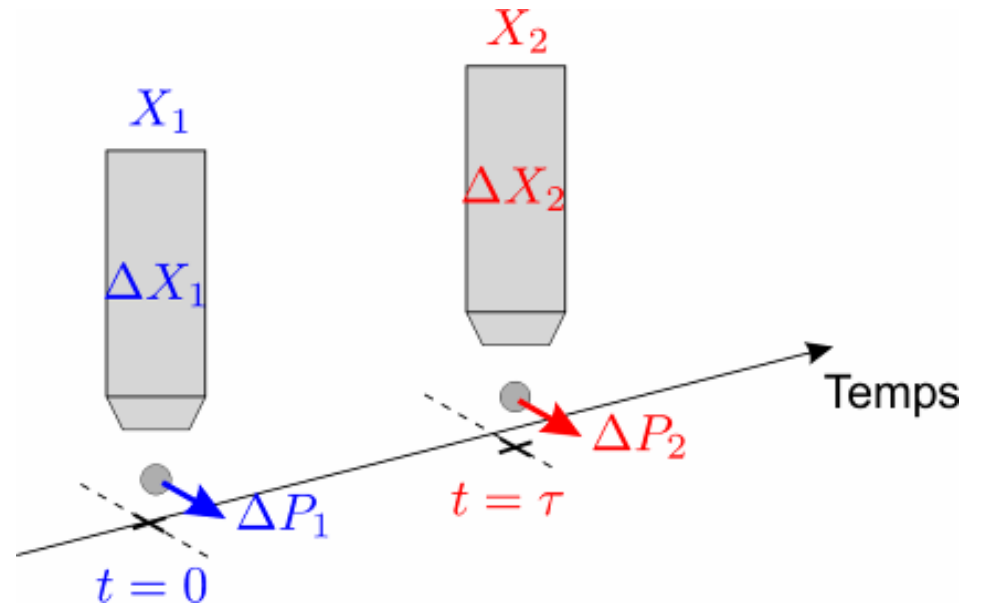
# Action en retour et limite quantique

2 mesures successives de position, aux instants 0 et  $\tau$  :

La première mesure perturbe l'impulsion d'une quantité  $\Delta P_1$

A l'instant  $\tau$ , cela induit une incertitude sur la position :

$$\Delta X_\tau = \tau \frac{\Delta P_1}{m} \simeq \frac{\hbar \tau}{2m \Delta X_1}$$



Pour minimiser l'incertitude dans les mesures répétées, il faut minimiser les deux bruits  $\Delta X_1$  et  $\Delta X_\tau$  simultanément

$$\Delta X_{1,min} \simeq \Delta X_{\tau,min} \simeq \sqrt{\frac{\hbar \tau}{2m}}$$

La précision d'une mesure continue sur un temps  $\tau$  est limitée par cette valeur : c'est la **limite quantique standard**

# Plan

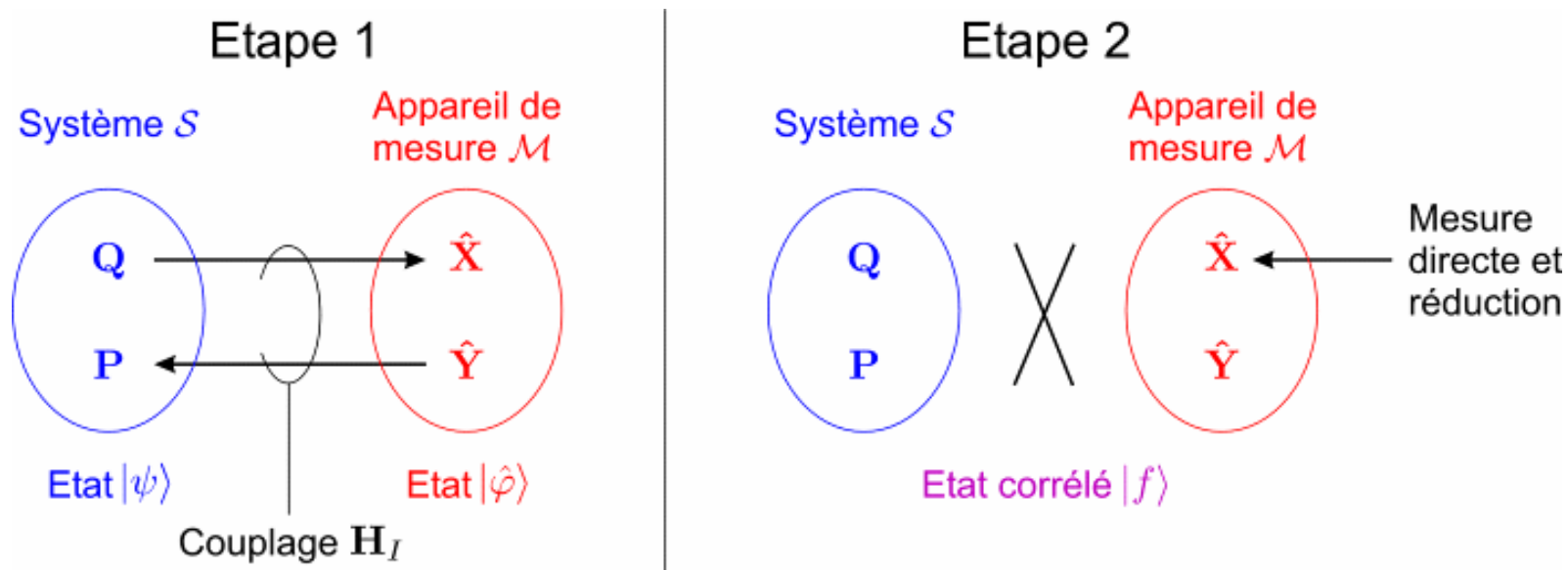
---

## Présenter les principes généraux de la mesure en mécanique quantique

- Postulats de base de la mesure – mesures idéales :  
fonction d'onde et réduction du paquet d'onde
- Expériences de pensée :  
le microscope de Heisenberg  
→ action en retour et limite quantique
- **Concept de mesure indirecte :**  
couplage de l'objet avec une sonde quantique

# Mesure indirecte

Dans le microscope de Heisenberg,  
un photon sert de médiateur entre le système et la mesure



- 2 étapes : 1) Le système interagit avec la sonde quantique  
2) puis la sonde est mesurée selon  
les postulats de la mesure (mesure idéale)

→ Le **caractère quantique de la sonde** est responsable du **bruit** dans la mesure de Q, le **couplage** induit l'**action en retour** sur P

# Evolution pendant le couplage

Couplage linéaire entre le système et la sonde :

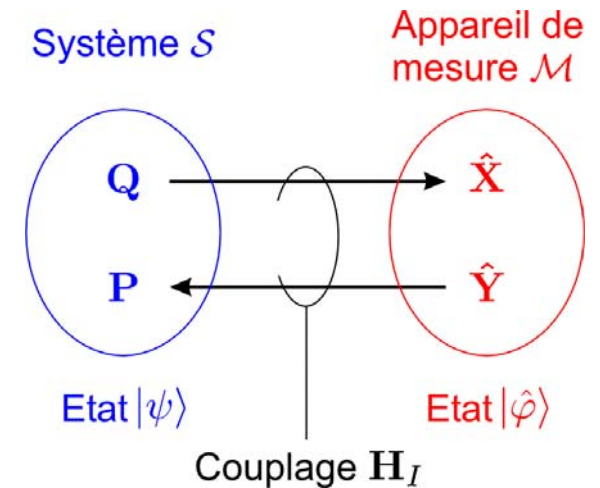
$$\mathbf{H}_I = \eta \mathbf{Q} \cdot \hat{\mathbf{Y}}$$

Evolution en **représentation de Heisenberg** :

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{A}, \mathbf{H}_I]$$

→  $\mathbf{Q}$  et  $\hat{\mathbf{Y}}$  restent inchangés :

le couplage ne modifie pas la variable observée



# Evolution pendant le couplage

Couplage linéaire entre le système et la sonde :

$$\mathbf{H}_I = \eta \mathbf{Q} \cdot \hat{\mathbf{Y}}$$

Evolution en **représentation de Heisenberg** :

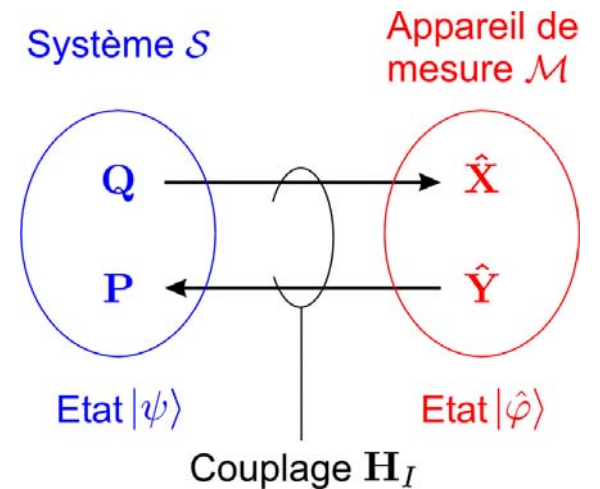
$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{A}, \mathbf{H}_I]$$

Evolution de la sonde :

$$\frac{d\hat{\mathbf{X}}}{dt} = \eta \mathbf{Q} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}(\tau) = \hat{\mathbf{X}} + \eta\tau \mathbf{Q}$$

→ La mesure de  $\hat{\mathbf{X}}(\tau)$  fournit des informations sur  $\mathbf{Q}$ , entachées par le bruit initial  $\hat{\mathbf{X}}$  sur la sonde

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \hat{\mathbf{X}}(\tau) \rangle = \eta\tau \langle \mathbf{Q} \rangle + \langle \hat{\mathbf{X}} \rangle \\ \Delta \hat{\mathbf{X}}(\tau)^2 = (\eta\tau)^2 \Delta \mathbf{Q}^2 + \Delta \hat{\mathbf{X}}^2 \end{array} \right.$$



← Préparation de la sonde

Bruit sur la mesure

# Evolution pendant le couplage

Couplage linéaire entre le système et la sonde :

$$\mathbf{H}_I = \eta \mathbf{Q} \cdot \hat{\mathbf{Y}}$$

Evolution en **représentation de Heisenberg** :

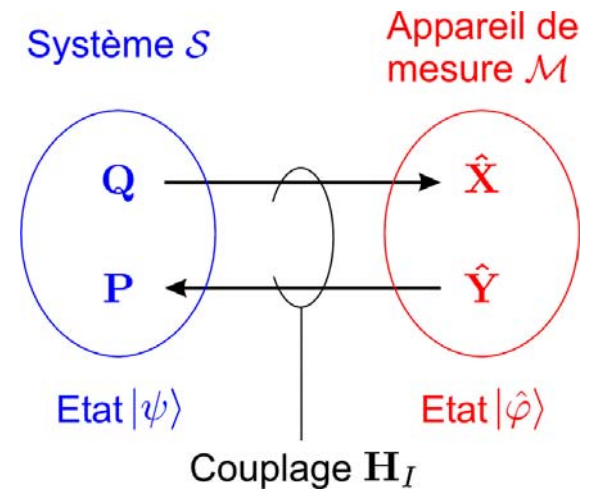
$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} [\mathbf{A}, \mathbf{H}_I]$$

Evolution du système :

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -\eta \hat{\mathbf{Y}} \rightarrow \mathbf{P}(\tau) = \mathbf{P} - \eta\tau \hat{\mathbf{Y}}$$

→ Le couplage avec la sonde perturbe la variable  $\mathbf{P}$  conjuguée de l'observable mesurée

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \mathbf{P}(\tau) \rangle = \langle \mathbf{P} \rangle - \eta\tau \langle \hat{\mathbf{Y}} \rangle \\ \Delta P(\tau)^2 = \Delta P^2 + (\eta\tau)^2 \Delta \hat{\mathbf{Y}}^2 \end{array} \right.$$



Action en retour

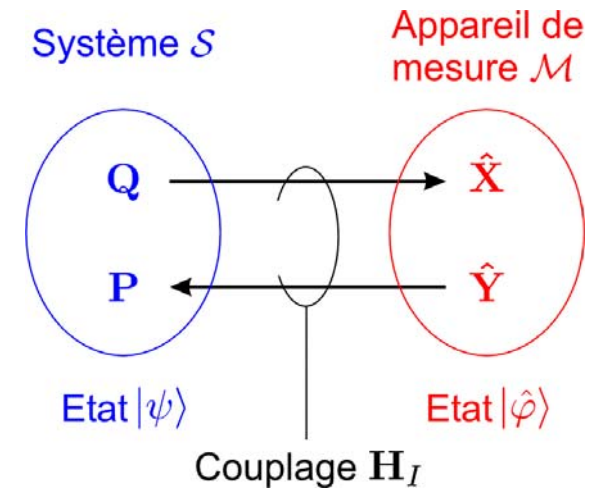
# Etat final corrélé système - sonde

Etat initial décorrélé :  $|\psi\rangle \otimes |\hat{\varphi}\rangle$

Etat final :  $|f\rangle = \mathbf{U} |\psi\rangle \otimes |\hat{\varphi}\rangle$

$\mathbf{U}$  est l'opérateur d'évolution :

$$\mathbf{U} = \exp(-i\mathbf{H}_I\tau/\hbar) = \exp(-i\eta\tau \mathbf{Q} \cdot \hat{\mathbf{Y}}/\hbar)$$



On définit les vecteurs et valeurs propres de  $\mathbf{Q}$  et  $\hat{\mathbf{X}}$  :

$$\mathbf{Q} |q\rangle = q |q\rangle, \quad \hat{\mathbf{X}} |\hat{x}\rangle = \hat{x} |\hat{x}\rangle$$

On décompose l'état initial  $|\psi\rangle$  du système sur la base  $|q\rangle$  :

$$|\psi\rangle = \int dq c_q |q\rangle \quad \text{avec} \quad c_q = \langle q|\psi\rangle$$

Calcul de l'état final :  $\mathbf{U}$  est diagonal dans  $|q\rangle$

$$\rightarrow |f\rangle = \int dq c_q \mathbf{U} |q\rangle \otimes |\hat{\varphi}\rangle = \int dq c_q |q\rangle \otimes \underbrace{\exp(-i\eta\tau q \hat{\mathbf{Y}}/\hbar) |\hat{\varphi}\rangle}_{\text{Etat } |\hat{\varphi}_q\rangle}$$

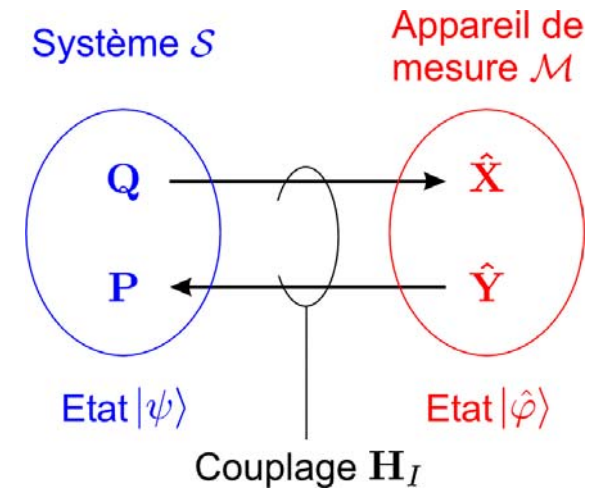


# Etat final corrélé système - sonde

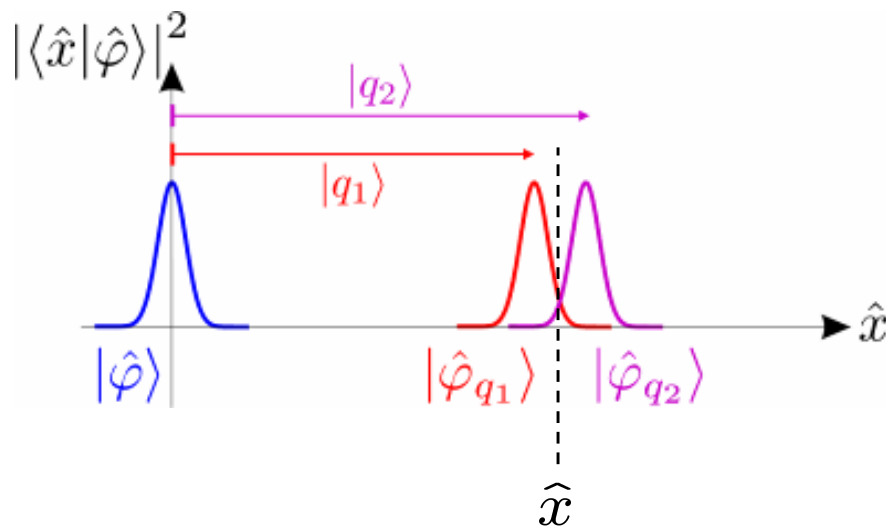
Etat initial  $\left( \int dq c_q |q\rangle \right) \otimes |\hat{\varphi}\rangle$   $\longrightarrow$  Etat final  $\int dq c_q |q\rangle \otimes |\hat{\varphi}_q\rangle$

où  $|\hat{\varphi}_q\rangle$  est l'état de la sonde lorsque le système est initialement dans l'état  $|q\rangle$ :

$$|\hat{\varphi}_q\rangle = \exp\left(-i\eta\tau q \hat{Y} / \hbar\right) |\hat{\varphi}\rangle$$



→ La sonde est équivalente à une aiguille macroscopique dont la position  $|\hat{\varphi}_q\rangle$  indique l'état  $|q\rangle$  du système

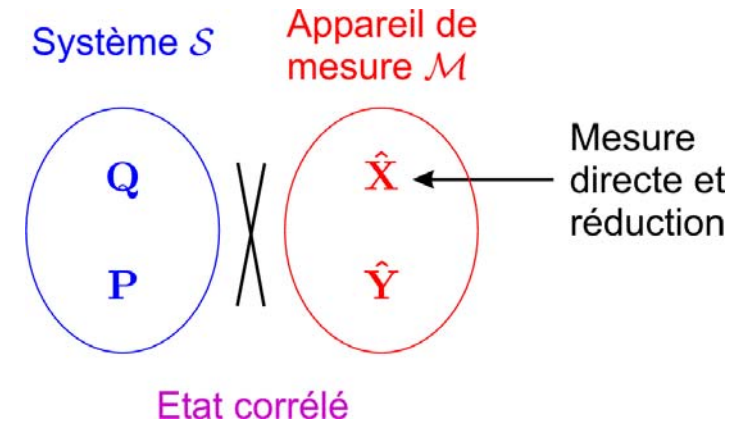


- Mais l'état de l'aiguille a une extension spatiale non nulle (bruit de la mesure) à une position  $\hat{x}$  peut correspondre plusieurs états du système
- Cohérences quantiques entre différents états de l'aiguille (chat de Schrödinger) l'état final n'est pas séparable → conséquences dans le prochain cours

# Résultats de la mesure indirecte

On cherche la probabilité  $\mathcal{P}(\hat{x})$  de mesurer la valeur  $\hat{x}$  de  $\hat{X}$  :

$$\mathcal{P}(\hat{x}) = \text{Tr} \left( \underbrace{\{\mathbf{I}_S \otimes |\hat{x}\rangle \langle \hat{x}| \}}_{\text{Opérateur de projection}} |f\rangle \langle f| \right)$$



En développant  $|f\rangle$  puis les traces partielles sur  $S$  et  $M$  :

$$\mathcal{P}(\hat{x}) = \text{Tr} \left( |\hat{x}\rangle \langle \hat{x}| \int dq c_q |q\rangle \otimes |\hat{\varphi}_q\rangle \int dq' c_{q'}^* \langle q'| \otimes \langle \hat{\varphi}_{q'}| \right)$$

$$\mathcal{P}(\hat{x}) = \int dq dq' \underbrace{c_q c_{q'}^*}_{\langle q|\psi\rangle} \underbrace{\text{Tr}_S (|q\rangle \langle q'|)}_{\delta(q - q')} \underbrace{\text{Tr}_M (|\hat{x}\rangle \langle \hat{x}| \hat{\varphi}_q \langle \hat{\varphi}_{q'}|)}_{|\langle \hat{x}|\hat{\varphi}_q\rangle|^2}$$

$$\rightarrow \mathcal{P}(\hat{x}) = \int dq \underbrace{|\langle \hat{x}|\hat{\varphi}_q\rangle|^2}_{\text{Probabilité de mesurer } \hat{x} \text{ lorsque le système est dans l'état } |q\rangle} \underbrace{|\langle q|\psi\rangle|^2}_{\text{Probabilité de trouver le système dans l'état } |q\rangle}$$

Probabilité de mesurer  $\hat{x}$  lorsque le système est dans l'état  $|q\rangle$       Probabilité de trouver le système dans l'état  $|q\rangle$

# Résultats de la mesure indirecte

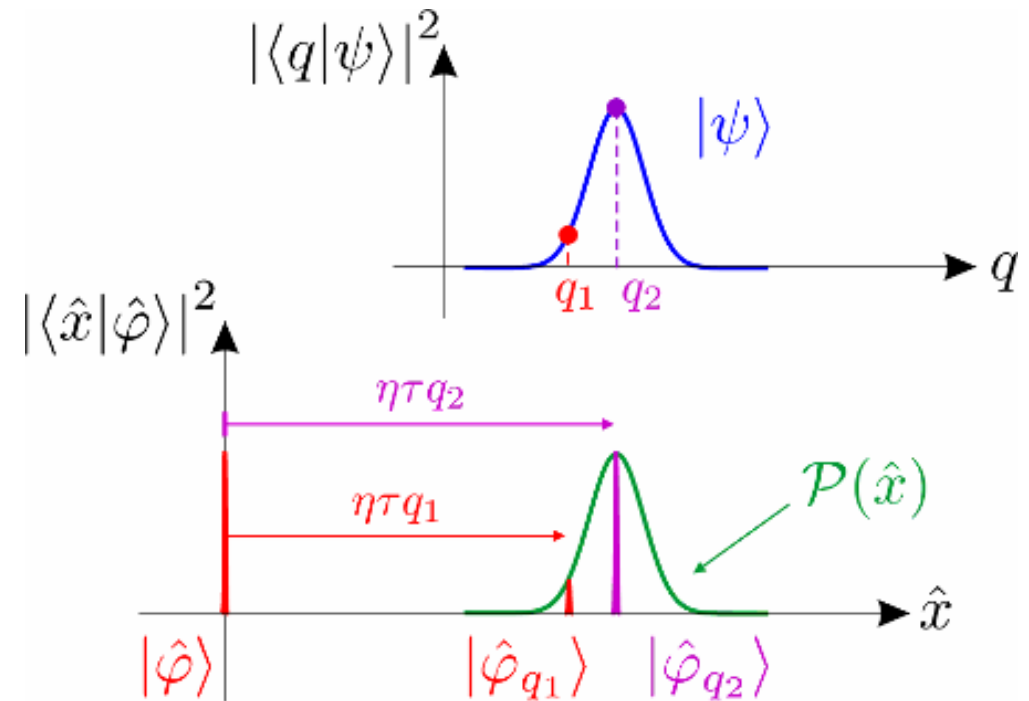
$$\mathcal{P}(\hat{x}) = \int dq |\langle \hat{x} | \hat{\varphi}_q \rangle|^2 |\langle q | \psi \rangle|^2$$

1 – Si la sonde est préparée dans l'état propre  $|\hat{x} = 0\rangle$ :

$|\hat{\varphi}_q\rangle$  est alors état propre de  $\hat{X}$ :

$$\begin{aligned} |\hat{\varphi}_q\rangle &= \exp\left(-i\eta\tau q \hat{Y} / \hbar\right) |\hat{x} = 0\rangle \\ &= |\hat{x} = \eta\tau q\rangle \end{aligned}$$

$$\rightarrow |\langle \hat{x} | \hat{\varphi}_q \rangle|^2 = \delta(\hat{x} - \eta\tau q)$$



On a une correspondance univoque entre  $q$  et  $\hat{x}$

→ mesure idéale (pas de bruit de mesure) :

$$\mathcal{P}(\eta\tau q) = |\langle q | \psi \rangle|^2 \quad \left( \Delta \hat{X}(\tau)^2 = (\eta\tau)^2 \Delta Q^2 + \cancel{\Delta \hat{X}^2} \right)$$

# Résultats de la mesure indirecte

$$\mathcal{P}(\hat{x}) = \int dq |\langle \hat{x} | \hat{\varphi}_q \rangle|^2 |\langle q | \psi \rangle|^2$$

2 – Si le système est dans un état  $|q\rangle$ ,  
on mesure l'extension de la sonde :

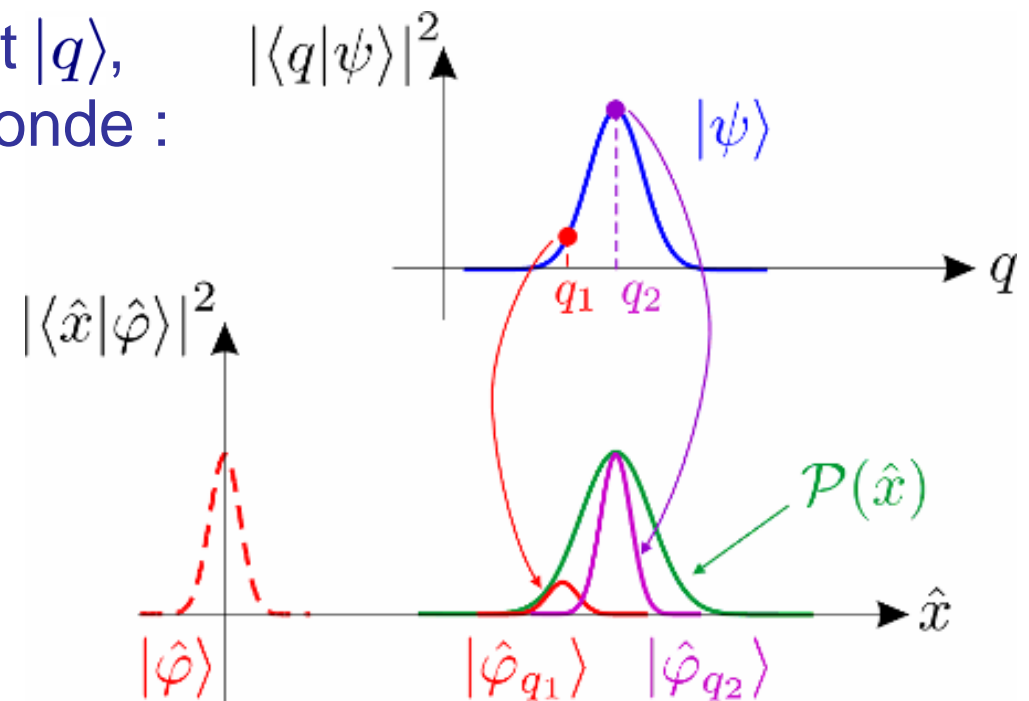
$$|\psi\rangle = |q\rangle \rightarrow \mathcal{P}(\hat{x}) = |\langle \hat{x} | \hat{\varphi}_q \rangle|^2$$

$$\left( \Delta \hat{X}(\tau)^2 = (\eta\tau)^2 \Delta Q^2 + \Delta \hat{X}^2 \right)$$

3 – Dans le cas général,  
on mesure la convolution  
des extensions du système et de la sonde

→ Bruit de la mesure

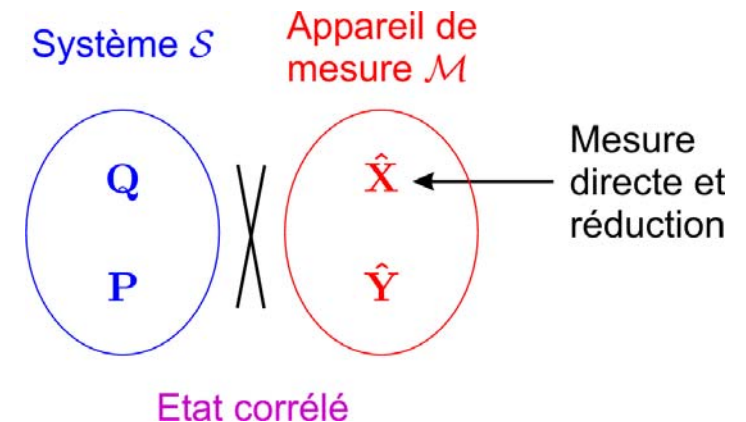
$$\left( \Delta \hat{X}(\tau)^2 = (\eta\tau)^2 \Delta Q^2 + \Delta \hat{X}^2 \right)$$



# Etat du système après la mesure

L'état après la mesure de  $\hat{x}$  est donné par la projection sur l'état  $|\hat{x}\rangle$  :

$$\rho = \frac{1}{\mathcal{P}(\hat{x})} |\hat{x}\rangle \langle \hat{x}| \times |f\rangle \langle f| \times |\hat{x}\rangle \langle \hat{x}|$$



En développant  $|f\rangle$  :

$$\rho = \frac{1}{\mathcal{P}(\hat{x})} |\hat{x}\rangle \langle \hat{x}| \left( \int dq c_q |q\rangle \otimes |\hat{\varphi}_q\rangle \right) \left( \int dq' c_{q'}^* \langle q'| \otimes \langle \hat{\varphi}_{q'}| \right) |\hat{x}\rangle \langle \hat{x}|$$

$$\rho = |\psi_{\hat{x}}\rangle \langle \psi_{\hat{x}}|$$

L'appareil est dans l'état  $|\hat{x}\rangle$

$$\text{avec } |\psi_{\hat{x}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{P}(\hat{x})}} \int dq \underbrace{\langle \hat{x} | \hat{\varphi}_q \rangle}_{\text{Amplitude de probabilité de mesurer } \hat{x} \text{ lorsque le système est dans l'état } |q\rangle} \underbrace{\langle q | \psi \rangle}_{\text{Amplitude de probabilité de trouver le système dans l'état } |q\rangle} |q\rangle \otimes \underbrace{|\hat{x}\rangle}_{\text{L'appareil est dans l'état } |\hat{x}\rangle}$$

Amplitude de probabilité de mesurer  $\hat{x}$  lorsque le système est dans l'état  $|q\rangle$

Amplitude de probabilité de trouver le système dans l'état  $|q\rangle$

# Etat du système après la mesure



$$\begin{array}{ccc}
 \text{Etat initial} & \longrightarrow & \text{Etat couplé} & \longrightarrow & \text{Mesure de } \hat{x} \\
 \left( \int dq c_q |q\rangle \right) \otimes |\hat{\varphi}\rangle & & \int dq c_q |q\rangle \otimes |\hat{\varphi}_q\rangle & & \left( \int dq c_q \langle \hat{x} | \hat{\varphi}_q \rangle |q\rangle \right) \otimes |\hat{x}\rangle
 \end{array}$$

- En projetant la sonde sur  $|\hat{x}\rangle$ , la réduction du paquet d'onde **supprime la non séparabilité** entre le système et l'appareil de mesure
- L'**extension de la fonction d'onde** sur la base  $|q\rangle$  est modifiée selon l'information acquise par la mesure de  $\hat{x}$ 
  - La mesure est imprécise ( $\langle \hat{x} | \hat{\varphi}_q \rangle \neq 0$  pour plusieurs  $q$ )
  - l'extension résiduelle est non nulle
- La modification de la fonction d'onde traduit **l'action en retour de la mesure**