



HAL
open science

Optique Ondulatoire : Chapitre V - Introduction à l'Holographie

Gérard Rebmann

► **To cite this version:**

Gérard Rebmann. Optique Ondulatoire : Chapitre V - Introduction à l'Holographie. Licence / L3. 2007. sfo-00292568

HAL Id: sfo-00292568

<https://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/sfo-00292568>

Submitted on 1 Jul 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Chapitre V

Introduction à l'Holographie

NOTES

1 Introduction

La notion d'hologramme remonte à la fin des années 1940, elle a fait rêver plusieurs générations espérant découvrir un cinéma en relief, d'abord curiosité scientifique, elle a nourri le scénario des films d'anticipation. Les hologrammes - les vrais - ont été et sont encore un outil de sécurisation (hologrammes des billets ou des cartes bancaires), un support d'expression artistique (nombreux "musées"), et ils sont en passe de devenir le procédé de stockage de l'avenir avec des cartes 30 Go (Holographic Versatile Card) et des disques 300 Go (Holographic Versatile Disc) annoncés pour fin 2006 et 1.6To vers 2010 ! Dans ces derniers supports, ce sont des matériaux à base de cristaux qui sont utilisés, mais afin de comprendre le principe on examinera simplement dans ce cours le cas d'un support photographique.

2 Préliminaire

Afin de comprendre la démarche examinons les interférences produites par deux faisceaux cohérents, qui convergent sur une plaque photographique :

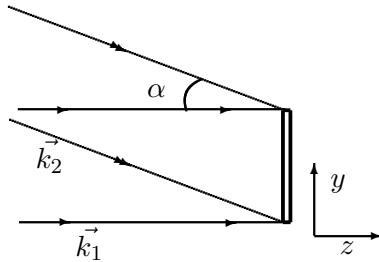


Figure 1 - Géométrie des faisceaux

On est dans une situation, déjà rencontrée au chapitre II, de croisement d'ondes planes :

$$|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

avec \vec{k}_1 suivant \vec{z} et \vec{k}_2 dans le plan de la figure.

L'amplitude du champ s'écrit :

$$E = (E_1 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} + E_2 e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}}) e^{-i\omega t}$$

mais la plaque est sensible à l'éclairement (pendant un temps d'exposition qu'on considérera adapté) :

$$EE^* = |E_1|^2 + |E_2|^2 + E_1 E_2^* e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} + cc$$

Sur la plaque un point est repéré par $\vec{r}_p = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ 0 \end{pmatrix}$, on note $\vec{\delta k} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ k \sin \alpha \\ k(1 - \cos \alpha) \end{pmatrix}$.

Ainsi :

$$I \propto |E|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2E_1 E_2^* \cos(\vec{\delta k} \cdot \vec{r}_p)$$

soit encore :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\vec{\delta k} \cdot \vec{r}_p)$$

On peut dire que le terme $\vec{\delta k} \cdot \vec{r}_p = k\eta \sin \alpha$ est "enregistré" sur la plaque.

Si la transmission de la plaque dépend de l'éclairement enregistré, on a fabriqué un réseau de pas $d = \frac{\lambda}{\sin \alpha}$ en y .

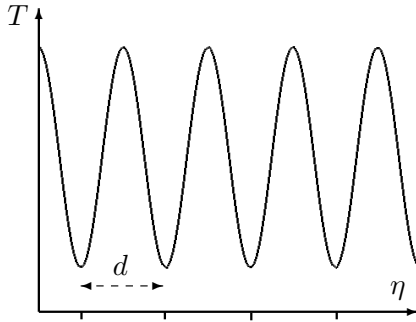


Figure 2 - Transmission de la plaque

Si on éclaire avec $E_1 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}}$ on obtiendra des faisceaux émergents dans les directions telles que :

$$d(\sin \theta_e - \sin \theta_i) = p\lambda_1$$

soit

$$\sin \theta_e = \sin \theta_i + p\lambda_1 \frac{\sin \alpha}{\lambda}$$

qui redonne \vec{k}_1 et d'autres faisceaux correspondants à $\pm k_2$.

Remarque :

Si la transmission T est proportionnelle à $\cos(\delta\vec{k} \cdot \vec{r}_p)$, on verra dans la suite du cours (ChVII) qu'il n'y a de lumière diffusée que pour $p = 0; \pm 1$.

3 Principe

Si on se souvient que les solutions de l'équation d'onde sont uniques pour des conditions aux limites données, les deux situations suivantes sont équivalentes du point de vue d'un observateur placé au-delà de la fenêtre :

- dans la situation 1 l'observateur regarde à travers la fenêtre transparente
- dans la situation 2 on a supprimé le paysage et on a placé dans le plan de la fenêtre des sources qui produisent le même champ \vec{E} qu'en 1.

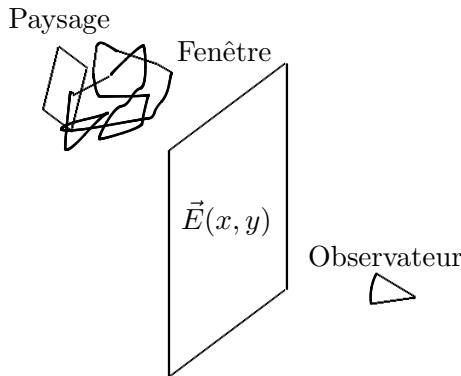


Figure 3 - Situation 1

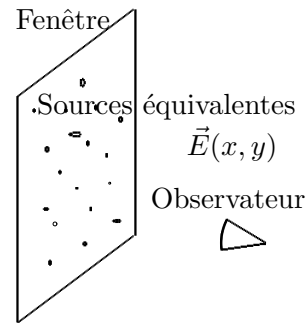


Figure 4 - Situation 2

Difficulté majeure : on ne sait pas enregistrer la phase puisque les détecteurs sont essentiellement sensibles à l'éclairement (intensité).

Solution approchée (GABOR 1948) : on enregistre les interférences entre un faisceau de référence et la lumière diffusée par l'objet éclairé par la référence.

Pour tout point M de la fenêtre, l'objet donne $\mathcal{O} = \mathcal{O}(M) e^{i\phi(M)}$ et la référence donne $\mathcal{R} = \mathcal{R}(M) e^{i\psi(M)}$.

On enregistre l'éclairement :

$$I \propto |\mathcal{O} + \mathcal{R}|^2 = |\mathcal{O}|^2 + |\mathcal{R}|^2 + \mathcal{O}\mathcal{R}^* + \mathcal{O}^*\mathcal{R}$$

Si la transmission de la plaque développée est proportionnelle à l'éclairement qu'elle a reçu, alors $t = \alpha I$ et si on éclaire maintenant la plaque avec le seul faisceau de référence, on obtient une amplitude $\mathcal{R}t$:

$$\mathcal{R}t = \alpha \mathcal{R}I = \alpha \mathcal{R}(|\mathcal{O}|^2 + |\mathcal{R}|^2) + \alpha \mathcal{O}\mathcal{R}^*\mathcal{R} + \alpha \mathcal{O}^*\mathcal{R}^2$$

soit encore :

$$\alpha \mathcal{R}(|\mathcal{O}|^2 + |\mathcal{R}|^2) + \alpha |\mathcal{R}|^2 \mathcal{O}(M) e^{i\phi(M)} + \alpha |\mathcal{R}|^2 \mathcal{O}(M) e^{i(2\psi - \phi)}$$

Cette amplitude est composée de trois termes :

- le premier terme est proportionnel à la référence : le faisceau de référence est partiellement transmis.
- le second terme est proportionnel au champ initialement produit par l'objet : une partie de la lumière semblera venir de l'objet (bien qu'il ne soit plus présent).
- un troisième terme plus complexe, parfois dit "onde conjuguée" qui dépend aussi de l'objet et dont on comprendra le rôle plus tard.

Si on s'arrange pour séparer angulairement les champs, afin de ne pas être gêné par la référence et l'onde conjuguée, tout se passe au delà de la fenêtre-plaque comme si l'objet était présent (même phase qu'en présence de l'objet et amplitude proportionnelle à celle diffusée par l'objet) : on a réalisé une image 3D de l'objet.

Définition

L'holographie est une méthode optique basée sur l'enregistrement des interférences entre la lumière diffusée par un objet et un faisceau de référence qui permet de restituer une image en trois dimensions de cet objet.

4 Hologramme d'un point

On distingue deux phases successives : l'enregistrement (sur une plaque photo par exemple) puis la restitution.

4.1 Enregistrement

On suppose le point S éclairé par la référence (ou un faisceau ayant une relation de phase avec elle).

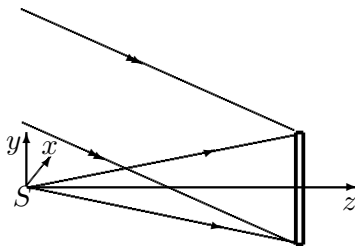


Figure 5 - Géométrie de l'enregistrement

On prend comme onde de référence une onde plane :

$$E_r = E_o e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

avec \vec{k} incliné d'un angle θ sur \vec{Oz}

L'onde "objet" (le point S) est une onde sphérique :

$$E_s = \frac{A_o}{r} e^{ikr}$$

En exprimant les ondes en coordonnées cylindriques d'axe $\vec{S}z$ ($\rho^2 = x^2 + y^2$) on obtient :

$$E_s = \frac{A_o}{r} \exp ik\sqrt{\rho^2 + z^2} = \frac{A_o}{r} \exp ikz\sqrt{1 + \frac{\rho^2}{z^2}}$$

supposons $\rho \ll z$ afin de mener facilement les calculs :

$$E_s \simeq \frac{A_o}{r} \exp ikz\left(1 + \frac{\rho^2}{2z^2}\right)$$

et dans le plan de la plaque (à l'enregistrement) $z = D$:

$$E_s \simeq \frac{A_o}{D} e^{ikD} e^{ik\frac{\rho^2}{2z}} = s_p e^{ik\frac{\rho^2}{2z}}$$

où s_p est une constante complexe.

L'onde de référence s'écrit :

$$E_r = E_o e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} = E_o \exp i(kz \cos \theta + ky \sin \theta)$$

et dans le plan de la plaque

$$E_r \simeq E_o e^{ikD \cos \theta} e^{ik \sin \theta y} \simeq r_p e^{ik\theta y}$$

où r_p est une constante complexe et où on a approximé l'expression pour les petits angles $\sin \theta \simeq \theta$.

Ainsi dans le plan de la plaque l'amplitude totale s'écrit :

$$E_t = s_p e^{ik\frac{\rho^2}{2D}} + r_p e^{ik\theta\eta}$$

où on a appelé η la coordonnée y dans le plan de la plaque afin de ne pas confondre avec un y courant de l'espace dans la suite.

L'éclairement en résultant s'écrit :

$$I = |E_t|^2 = |s_p|^2 + |r_p|^2 + s_p r_p^* e^{ik(\frac{\rho^2}{2D} - \theta\eta)} + s_p^* r_p e^{-ik(\frac{\rho^2}{2D} - \theta\eta)}$$

soit

$$I = |s_p|^2 + |r_p|^2 + 2|s_p||r_p| \cos[k(\frac{\rho^2}{2D} - \theta\eta)]$$

Pour l'enregistrement l'émulsion de la plaque photo est caractérisée par la densité du négatif en fonction du logarithme de l'éclairement reçu pendant l'exposition.

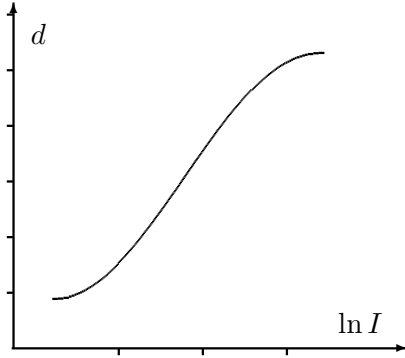


Figure 6 - Densité de l'émulsion

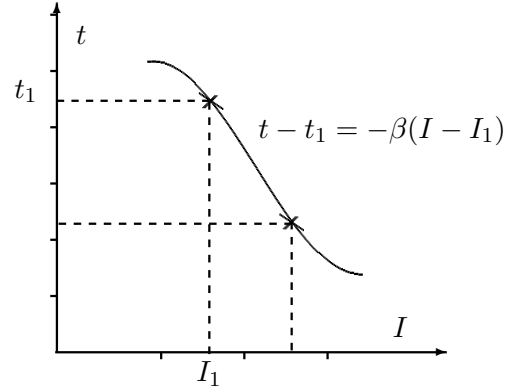


Figure 7 - Transmission de l'émulsion

Par définition $d = \log \frac{1}{T}$ or $T = \frac{I}{I_o} = t^2$ d'où $t = \exp -\frac{d}{2}$.

On postule une région linéaire pour la fonction $t(I)$, telle que $\beta = -\frac{I_2 - I_1}{t_2 - t_1}$ ($\beta > 0$). Si on se place dans des conditions d'enregistrement qui correspondent à cette zone linéaire, alors on peut écrire :

$$t = t_o - \beta(I - I_o)$$

où $I_o = |r_p|^2$.

4.2 Restitution

On éclaire l'hologramme précédent par un faisceau de référence

$$E = E_o e^{i\vec{k}_o \cdot \vec{r}}$$

avec éventuellement $\vec{k}_o \neq \vec{k}$.

Ainsi

$$t = t_o - \beta[|s_p|^2 + |r_p|^2 + s_p r_p^* e^{ik(\frac{\rho^2}{2D} - \theta\eta)} + s_p^* r_p e^{-ik(\frac{\rho^2}{2D} - \theta\eta)}]$$

Et le champ après la plaque :

$$E_t = tE = E_o[t_o - \beta(|s_p|^2 + |r_p|^2)] e^{i\vec{k}_o \cdot \vec{r}} - \beta E_o s_p r_p^* e^{ik(\frac{\rho^2}{2D} - \theta\eta) + i\vec{k}_o \cdot \vec{r}} - \beta E_o s_p^* r_p e^{-ik(\frac{\rho^2}{2D} - \theta\eta) + i\vec{k}_o \cdot \vec{r}}$$

On distingue trois termes : le premier terme représente l'onde de référence en restitution, plus ou moins atténuée, quant aux deux autres termes, il faut faire attention aux variables : $\vec{r} = (x, y, z)$ décrit n'importe quel point de l'espace tandis que ρ, η décrivent les coordonnées de la plaque. Enfin il y a lieu de distinguer si la référence en restitution est identique ou non à celle de l'enregistrement.

Cas particulier : $\vec{k}_o = \vec{k}$

L'onde de référence en restitution est identique à celle d'enregistrement :

$$E_o e^{i\vec{k}_o \cdot \vec{r}} = E_o e^{i(kz + k\theta y)}$$

dans l'approximation $\theta \ll \pi$.

• Le deuxième terme s'écrit :

$$-\beta E_o s_p r_p^* e^{ik[z + \frac{\rho^2}{2D} + \theta(y - \eta)]}$$

il devient dans le plan de la plaque ($z = D, y = \eta$) :

$$-\beta E_o s_p r_p^* e^{ik[D + \frac{\rho^2}{2D}]}$$

il est proportionnel à une constante complexe près à $e^{ik\frac{\rho^2}{2D}}$ qui représente le champ produit par une onde divergente provenant du point S distant de D de la plaque, lequel point S n'est plus présent comme source dans le montage de restitution.

D'après le principe d'HUYGENS, l'onde construite sur les ondelettes issues de tous les points de l'hologramme sera identique à une onde qui aurait même phase dans la fenêtre de l'hologramme : la lumière après l'hologramme semble provenir de S (virtuel).

• Le troisième terme en D s'écrit dans le plan de la plaque :

$$-\beta E_o s_p^* r_p e^{-ik(\frac{\rho^2}{2D} - D - 2\theta\eta)}$$

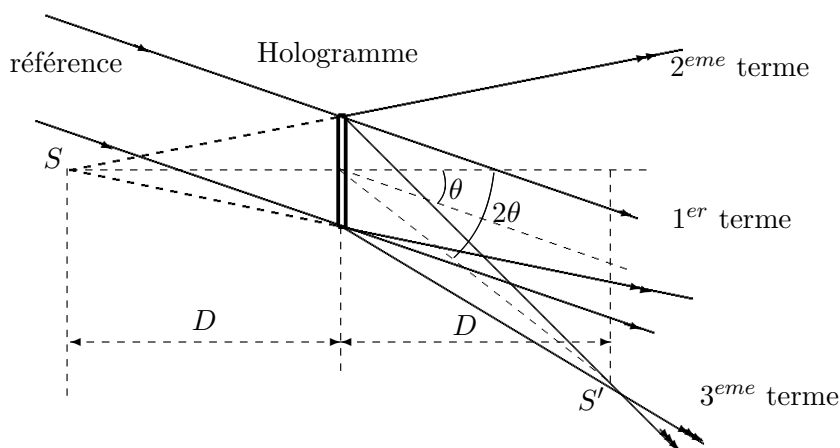


Figure 8 - Contribution des différents termes

La direction principale de diffusion est 2θ et dans le plan de l'hologramme éclairé par la référence, la phase est modulée par un terme en $-ik\frac{\rho^2}{2D}$ qui correspond à une onde sphérique convergente à la distance D : on observe une image réelle en S' .

Cas général : l'onde de référence en restitution diffère de celle d'enregistrement. On la décrit par $E_o e^{i\vec{k}_o \cdot \vec{r}}$ avec $\vec{k}_o \neq \vec{k}$ (longueur d'onde et direction différentes).

- Le premier terme représente toujours l'onde de référence atténuée, sans intérêt particulier.
- Le deuxième terme s'écrit, dans le plan de l'hologramme :

$$-\beta E_o s_p r_p^* e^{i(k_o D + \frac{k \rho^2}{2D} + k_o \theta_o \eta - k \theta \eta)} = -\beta E_o e^{i k_o D} e^{i \frac{k \rho^2}{2D}} e^{i(k_o \theta_o - k \theta) \eta}$$

Dans ce plan, on rappelle que les variables sont ρ et η . Le terme en $i \frac{k \rho^2}{2D}$ décrit toujours une onde sphérique divergente, mais avec la nouvelle référence, une onde sphérique convergente en D_o s'écrirait :

$$e^{i k_o \frac{\rho^2}{2D_o}}$$

L'identification des termes en ρ^2 conduit à $D_o = D \frac{k_o}{k} = D \frac{\lambda}{\lambda_o}$. D_o est la distance du centre de l'onde sphérique à l'hologramme. Le terme $e^{i(k_o \theta_o - k \theta) \eta}$ donnera la direction par un terme en $e^{i k_o \theta_1 \eta}$, ce qui mène par identification à :

$$\theta_1 = \theta_o - \theta \frac{k}{k_o} = \theta_o - \theta \frac{\lambda_o}{\lambda}$$

On peut ainsi restituer l'image d'un point avec une onde de référence différente de celle d'enregistrement : si $\lambda_o \neq \lambda$, l'image du point apparaît à une distance de l'hologramme différente de celle du point objet ($D_o \neq D$). Si la direction de la référence de restitution est différente de celle d'enregistrement on observera encore l'image du point mais décalé.

- Le troisième terme supporte la même analyse et donne un image réelle à une distance D_o dans la direction $\theta_1 = \theta_o + \theta \frac{k}{k_o} = \theta_o + \theta \frac{\lambda_o}{\lambda}$.

5 Hologramme d'un objet

On compose les hologrammes des points de l'objet. On obtiendra donc en général une image virtuelle et une image réelle de l'objet. En pratique l'onde de référence peut être plane ou sphérique, mais la différence de marche entre les trajets de la lumière passant par chaque point de l'objet et la référence doit être inférieure à la longueur des trains d'ondes - la longueur de cohérence du laser - afin d'obtenir les interférences recherchées dans le plan de l'hologramme.

Lorsque la référence de restitution diffère de celle d'enregistrement en longueur d'onde ou en direction on peut encore obtenir des images de l'objet avec un grandissement qui dépend du rapport des longueurs d'onde et/ou un décalage qui dépend des orientations.

6 Interférométrie holographique

Il y a deux façons de faire :

6.1 Méthode 1

On fait l'hologramme de l'objet puis on replace exactement à sa place l'hologramme après l'avoir développé et on observe les interférences entre l'objet (déplacements ou déformations) et l'image holographique de l'objet.

6.2 Méthode 2

On enregistre sur la même plaque deux poses successives entre lesquelles on a modifié l'objet (déplacement ou déformation) sans changer l'onde de référence.

$$1^{\text{ère}} \text{ pose : } I_1 = |\mathcal{R}|^2 + |\mathcal{O}_1|^2 + \mathcal{O}_1 \mathcal{R}^* + \mathcal{O}_1^* \mathcal{R}$$

$$2^{\text{ème}} \text{ pose : } I_2 = |\mathcal{R}|^2 + |\mathcal{O}_2|^2 + \mathcal{O}_2 \mathcal{R}^* + \mathcal{O}_2^* \mathcal{R}$$

La plaque photo a reçu :

$$I_1 + I_2 = 2|\mathcal{R}|^2 + |\mathcal{O}_1|^2 + |\mathcal{O}_2|^2 + (\mathcal{O}_1 + \mathcal{O}_2)\mathcal{R}^* + (\mathcal{O}_1^* + \mathcal{O}_2^*)\mathcal{R}$$

On développe et on éclaire avec la référence (en ne considérant que les termes modulés) :

$$\alpha(2|\mathcal{R}|^2 + |\mathcal{O}_1|^2 + |\mathcal{O}_2|^2)\mathcal{R} + \alpha(\mathcal{O}_1 + \mathcal{O}_2)|\mathcal{R}|^2 + \alpha\mathcal{R}^2(\mathcal{O}_1^* + \mathcal{O}_2^*)$$

qui représentent successivement la référence atténuée, une image virtuelle sur $\mathcal{O}_1 + \mathcal{O}_2$ et une image réelle conjuguée. Avec le second terme on fait interférer les ondes \mathcal{O}_1 et \mathcal{O}_2 produites par l'objet à des instants différents!

Applications : croissances de cristaux, vibrations mécaniques...

7 Mémoires et disques holographiques

La course au stockage toujours plus dense de l'information a conduit à utiliser des cristaux photosensibles pour y enregistrer les données sous forme holographique.

Il a été rapporté en 2005 la démonstration du stockage de 1 téra-octets de données (contre 4.7Go pour un DVD) sur un disque HVD (Holographic Versatile Disc) de 12 centimètres de diamètre pour une vitesse de transfert atteignant jusqu'à 1 giga-octets par seconde soit 40 fois plus rapide qu'un DVD.

Après plus de quarante ans de recherche, la gravure holographique débouche en 2007 sur des produits commerciaux (disque de 300 Go équivalent à 64 DVD et lisible à 20 Mo/s). Deux voies différentes d'enregistrement (technique colinéaire pour Optware corp. et à 2 axes pour InPhase Technologies) sont disponibles depuis janvier 2007 (cf. Manifest technology http://www.manifest-tech.com/media_dvd/dvd_holo.htm)

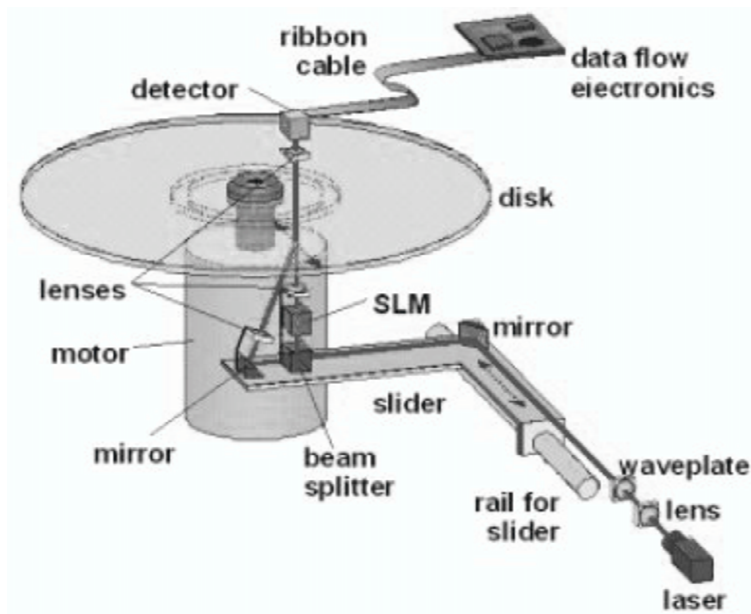


Figure 9 : Exemple de système de HVD (technique colinéaire).